



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
CTC - CENTRO TECNOLÓGICO
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL**

**PROJETO DE PAINEL DE LAJE EM CONCRETO ARMADO COM PROCEDIMENTOS
CLÁSSICOS E COMPUTACIONAIS**

FELIPE SCHMITT RICHARTZ

FLORIANÓPOLIS
2014

FELIPE SCHMITT RICHARTZ

**PROJETO DE PAINEL DE LAJE EM CONCRETO ARMADO COM PROCEDIMENTOS
CLÁSSICOS E COMPUTACIONAIS**

Trabalho de conclusão de Curso apresentado
ao curso de graduação em Engenharia Civil da
Universidade Federal de Santa Catarina.
Acadêmico: Felipe Schmitt Richartz
Orientador: Daniel Domingues Loriggio

FLORIANÓPOLIS

2014

FELIPE SCHMITT RICHARTZ

**PROJETO DE PAINEL DE LAJE EM CONCRETO ARMADO COM
PROCEDIMENTOS CLÁSSICOS E COMPUTACIONAIS**

Este Trabalho de Conclusão de Curso foi julgado adequado para a obtenção do Título de Engenheiro Civil, e aprovado em sua forma final pelo Departamento de Engenharia Civil da Universidade Federal de Santa Catarina.

Florianópolis, Novembro de 2014.

Prof. Luiz Alberto Gómez, Dr.
Coordenador do Curso

Banca Examinadora:



Prof.º Daniel Domingues Loriggio, Dr.º
Orientador

Universidade Federal de Santa Catarina

Prof.º Jano D'Áraujo Coelho, Dr.º
Universidade Federal de Santa Catarina

Engº Ronaldo Parisenti, MSc.
Universidade Federal de Santa Catarina

AGRADECIMENTOS

À Deus por me iluminar durante a caminhada da vida.

Aos meus pais, Pedro Paulo Richartz e Vilma Maria Schmitt Richartz, por tudo, especialmente pelo incentivo aos estudos e pela educação.

Ao meu professor Daniel Domingues Loriggio, pelos ensinamentos, pelo auxílio e dedicação.

Ao meu professor Jano D'Áraujo Coelho, pelo companheirismo, pela atenção dada e pela oportunidade de estágio em sua empresa.

Ao engenheiro Ronaldo Parisenti, pela ajuda, pelos ensinamentos e pela amizade.

Ao engenheiro Carlos Cesar dos Santos, pela oportunidade de estágio, pelos conhecimentos repassados e pela amizade.

À engenheira Juliana Santos, pelo auxílio e pela amizade.

À minha namorada Tamirys Prim Pauli, pela cumplicidade, pelo carinho e pela compreensão.

“O sábio pode descobrir o mundo sem transpor a sua porta. Vê sem olhar, realiza sem agir.”
Lao-Tsé

RESUMO

O presente trabalho tem como objetivo estudar e comparar os resultados, tanto os detalhamentos quanto os esforços, de lajes feitas por procedimentos manuais e computacionais, ou seja, usando o método clássico com o uso de tabelas e o método computacional usando o programa Eberick. Sendo que essa comparação pretende mostrar o resultado mais econômico e com melhor desempenho.

Para se alcançar tal objetivo, será estudado o pavimento de lajes pertencente ao tutorial do programa computacional Eberick. Sendo que primeiramente será realizado o cálculo manual através de tabelas baseadas na Teoria das Placas em regime Elástico e em seguida o cálculo através do programa em questão, usando a Analogia de Grelha.

À medida que os cálculos foram desenvolvidos, buscou-se propor adequações de ambos os procedimentos de modo a obterem-se resultados satisfatórios, além de buscar soluções para os problemas advindos de painéis de lajes pouco comportados como, por exemplo, os picos de concentração de esforços da grelha.

Palavras-Chave: Lajes, momentos, compatibilização, plastificação.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Esforços cortantes em um elemento de placa	14
Figura 2: Momentos fletores e de torção em um elemento de placa	15
Figura 3: Condições de apoio dos bordos	19
Figura 4: Graus de liberdade de uma barra de grelha.....	24
Figura 5: Matriz de rigidez de uma barra no sistema local	25
Figura 6: Matriz de rigidez em relação ao eixo global.....	25
Figura 7: Forma do pavimento em estudo.....	28
Figura 8: Vinculação e vãos efetivos das lajes em cm	31
Figura 9: Parte de inserção dos dados da planilha desenvolvida.....	32
Figura 10: Momentos fletores de cálculo (KN.m/m) segundo procedimentos manuais	34
Figura 11: Momentos fletores manuais compatibilizados (KN.m/m)	35
Figura 12: Parte de cálculo da planilha desenvolvida	36
Figura 13: Parte de detalhamento da planilha desenvolvida	36
Figura 14: Detalhamento da armadura positiva das lajes segundo procedimentos manuais	37
Figura 15: Detalhamento da armadura negativa das lajes segundo procedimentos manuais	38
Figura 16: Pórtico 3D da estrutura em estudo	40
Figura 17: Janela "Materiais e Durabilidade" com valores utilizados nos modelos.....	41
Figura 18: Janela "Bitolas das Lajes"	41
Figura 19: Janela "Painéis de lajes"	42
Figura 20: Janela "Configuração de Coeficientes"	43
Figura 21: Malha da grelha descontínua	43
Figura 22: Malha da grelha contínua.....	43
Figura 23: Janela de dimensionamento das lajes.....	44
Figura 24: Valores de momentos fletores em cada barra da grelha.....	44
Figura 25: Grelha 3D e os picos de tensões	46
Figura 26: Pico de momento fletor (Kgf.m/m) próximo ao pilar P11	47
Figura 27: Pico de momento fletor (Kgf.m/m) na continuidade das lajes L4 e L5	48
Figura 28: Detalhamento da armadura positiva das lajes com apoios indeslocáveis – Eberick.....	50
Figura 29: Detalhamento da armadura positiva das lajes com apoios indeslocáveis – Eberick.....	51
Figura 30: Janela "Fluência do concreto"	52
Figura 31: Janela "Limites"	52
Figura 32: Janela "Painéis de lajes"	54
Figura 33: Janela "Modelo"	55
Figura 34: Comparação dos picos de momentos fletores próximos ao pilar P11 antes e após a plastificação	56
Figura 35: Janela da Grelha – Modelo não linear – Redistribuição	57
Figura 36: Grelha com a % de redistribuição de momentos das barras.....	57
Figura 37: Canto da forma do pavimento.....	59
Figura 38: Canto da forma do pavimento - P15 seção 50x50	60
Figura 39: Detalhamento da armadura positiva das lajes com apoios indeslocáveis mais plastificação.....	61
Figura 40: Detalhamento da armadura negativa das lajes com apoios indeslocáveis mais plastificação	62
Figura 41: Deformada da grelha.....	65
Figura 42: Pico de momento fletor (Kgf.m/m) próximo ao pilar P11 - Modelo com vigas deslocáveis.....	65
Figura 43: Detalhamento da armadura positiva das lajes com apoios deslocáveis sem plastificação	67
Figura 44: Detalhamento da armadura negativa das lajes com apoios deslocáveis sem plastificação	68
Figura 45: Detalhamento da armadura positiva das lajes com apoios deslocáveis com plastificação	71
Figura 46: Detalhamento da armadura negativa das lajes com apoios deslocáveis com plastificação.....	72
Figura 47: Detalhamento da armadura positiva das lajes com apoios deslocáveis enrijecidos e com plastificação.....	75
Figura 48: Detalhamento da armadura negativa das lajes com apoios deslocáveis enrijecidos e com plastificação.....	76
Figura 49: Janela de avisos de deslocamento excessivo do modelo 5.....	78
Figura 50: Janela de avisos de deslocamento excessivo do modelo 6.....	79
Figura 51: Janela de avisos de deslocamento excessivo do modelo 7.....	80
Figura 52: Detalhamento da armadura positiva das lajes modelo 8	82
Figura 53: Detalhamento da armadura negativa das lajes modelo 8	83

Figura 54: Janela de avisos de deslocamento excessivo do modelo 8.....	84
Figura 55: Flechas das lajes modelo 8.....	85

LISTA DE TABELAS

Tabela 1: Exemplo de tabela com os coeficientes de cálculo de momentos fletores de lajes	20
Tabela 2: Cargas atuantes nas lajes em KN/m^2	29
Tabela 3: Vãos efetivos das lajes em cm.....	30
Tabela 4: Coeficientes para o cálculo dos momentos máximos das lajes	33
Tabela 5: Verificação das flechas das lajes	39
Tabela 6: Verificação da vibração.....	39
Tabela 7: Momentos fletores positivos máximos (KN.m/m) obtidos pelo procedimento manual e computacional	45
Tabela 8: Momentos fletores negativos (KN.m/m) compatibilizados tanto manual quanto computacionalmente.....	45
Tabela 9: Momento fletor (KN.m/m) da continuidade das lajes L4 e L5.....	48
Tabela 10: Comparação do aço dos modelos 1 e 2	52
Tabela 11: Deslocamentos (em cm) das lajes para o modelo de apoios indeslocáveis	53
Tabela 12: Continuidades e suas respectivas taxas de armadura para plastificação.....	55
Tabela 13: Momentos fletores positivos máximos (KN.m/m) dos três modelos estudados	58
Tabela 14: Momentos fletores negativos (KN.m/m) compatibilizados dos três modelos estudados	58
Tabela 15: Comparação do aço dos modelos 1, 2 e 4	63
Tabela 16: Flechas (em cm) para as lajes com plastificação e apoios indeslocáveis	63
Tabela 17: Seções das vigas do modelo com apoios deformáveis	63
Tabela 18: Momentos fletores máximos, obtidos pelo Eberick, sem plastificação e com apoios deslocáveis	64
Tabela 19: Momentos fletores negativos (KN.m/m) compatibilizados para apoios deslocáveis e indeslocáveis	64
Tabela 20: Comparação do aço dos modelos 1, 2, 4 e 5.....	69
Tabela 21: Momentos fletores positivos máximos modelos 5 e 6.....	69
Tabela 22: Momentos fletores negativos modelos 5 e 6	70
Tabela 23: Comparação do aço dos modelos 1, 2, 4, 5 e 6.....	73
Tabela 24: Novas seções das vigas enrijecidas	73
Tabela 25: Momentos fletores positivos máximos modelos 6 e 7.....	74
Tabela 26: Momentos fletores negativos modelos 6 e 7	74
Tabela 27: Comparação do aço dos modelos 1, 2, 4, 5, 6 e 7.....	77
Tabela 28: Flechas das lajes com apoios deslocáveis e sem plastificação	77
Tabela 29: Flechas das lajes com apoios deslocáveis e com plastificação.....	78
Tabela 30: Flechas das lajes com apoios deslocáveis enrijecidos e com plastificação	79
Tabela 31: Momentos fletores positivos máximos modelos 7 e 8.....	81
Tabela 32: Momentos fletores negativos modelos 7 e 8	81
Tabela 33: Comparação do aço dos modelos 1, 2, 4, 5, 6, 7 e 8.....	84

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1: Momentos Fletores na continuidade - Viga V4	47
Gráfico 2: Momentos fletores da continuidade das lajes L4 e L5 sobre a viga V2.....	48
Gráfico 3: Momentos das continuidades entre as lajes L2 - L7 e L3 - L7 após a plastificação	56

SUMÁRIO

1. Introdução	12
1.1 Objetivos.....	13
1.1.1 Objetivo Geral	13
1.1.2 Objetivo Específico	13
1.2 Justificativa.....	13
2. Revisão Bibliográfica.....	14
2.1 Teoria das placas finas em regime elástico.....	14
2.2 Procedimentos manuais	16
2.2.1 Vinculação e vãos teóricos:	16
2.2.2 Tipo de armação	17
2.2.3 Dados do projeto.....	17
2.2.3.1 Classe de Agressividade Ambiental:	17
2.2.3.2 Características do Concreto:.....	17
2.2.3.3 Características do Aço:.....	17
2.2.3.4 Cargas atuantes:.....	17
2.2.4 Obtenção dos esforços das lajes	18
2.2.4.1 Lajes armadas em uma direção.....	18
2.2.4.2 Lajes armadas em duas direções.....	19
2.2.5 Compatibilização dos momentos fletores negativos.....	20
2.2.6 Dimensionamento das lajes	21
2.2.7 Verificação do estado limite de serviço – ELS	21
2.2.7.1 Deslocamentos – Flechas	21
2.2.7.2 Estado limite de serviço – Vibrações sentidas no piso	23
2.3 Análise Matricial Direcionada às Grelhas	24
2.3.1 Método dos deslocamentos aplicado às grelhas.	24
2.4 Analogia de grelha.....	26
3. Estudos Desenvolvidos.....	27
3.1 Pavimento Estudado	27
3.2 Considerações do projeto.....	29
3.3 Procedimento Clássico Manual – Modelo 1	30
3.4 Análise Computacional.....	39
3.4.1 Software Eberick utilizado no estudo	39
3.4.2 Configurações do Programa	40
3.4.3 Análise com apoios indeslocáveis – Modelo 2.....	43
3.4.3.1 Resultado de dimensionamento e detalhamento.....	43
3.4.3.2 Resultado de flechas Eberick.....	52
3.4.4 Plastificação das lajes – Modelo 3.....	53
3.4.4.1 Efeito da deformação dos apoios da Laje L8 – Modelo 4	59
3.4.5 Modelo considerando o efeito da deformabilidade dos apoios – Modelo 5	63
3.4.6 Análises complementares	69
3.4.6.1 Modelo 6	69
3.4.6.2 Modelo 7	73
3.4.6.3 Flechas dos modelos 5, 6 e 7.....	77
3.4.6.4 Lançamento final – Modelo 8.....	80
4. Considerações finais.....	86
5. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	87

1. INTRODUÇÃO

Com a necessidade de suportar cargas verticais existentes sobre o piso de um edifício, foi criado um dos principais elementos das estruturas: a Laje. Elemento esse que pode ser construído com diversos materiais como madeira, aço, aço e concreto, entre outros e que é caracterizada por sua espessura, a qual é muito menor às suas duas outras dimensões.

Além de suportar o carregamento com segurança, as lajes devem atender os requisitos de economia e desempenho. Com o passar dos anos, foram adaptadas e desenvolvidas teorias e métodos para solucioná-las. Sendo que cada método possui suas próprias características, bem como vantagens e limitações. Os principais métodos e teorias desenvolvidos até hoje são os seguintes:

- ✓ Análise elástica das lajes, utilizando-se das equações da Teoria das Placas;
- ✓ Tabelas de dimensionamento criadas a partir das equações da Teoria das Placas em Regime Elástico;
- ✓ Analogia de grelha;
- ✓ Teoria das Charneiras Plásticas;
- ✓ Métodos Numéricos, como por exemplo, o método de Elementos Finitos.

1.1 Objetivos

1.1.1 Objetivo Geral

Estudar as diferenças entre os procedimentos clássico (uso de tabelas baseadas na Teoria das Placas em regime Elástico) e computacional de analogia de grelha no dimensionamento de um painel de lajes de um edifício.

1.1.2 Objetivo Específico

- Realizar o cálculo manual das lajes através do procedimento clássico;
- Calcular as lajes do pavimento em estudo através de procedimento computacional, baseado na analogia de grelha;
- Propor adequações para o procedimento clássico baseando-se nas diferenças de resultados verificadas nos itens anteriores, de modo que seja possível validar o segundo procedimento através do primeiro;
- Realizar cálculos computacionais com alguns modelos distintos, objetivando-se utilizar alternativas de modelamento existentes no programa, como por exemplo, a adoção de plastificação nos apoios das lajes e a consideração da deslocabilidade desses;
- Comparar os modelos dos itens anteriores nos quesitos economia e desempenho do Estado Limite de Serviço (ELS);
- Propor sugestões no dimensionamento dos elementos que suportam as lajes, principalmente das vigas, de modo a obter-se um melhor comportamento e desempenho das lajes.

1.2 Justificativa

Atualmente o cálculo estrutural de edifícios é realizado, em sua maioria, computacionalmente, perdendo-se muitas vezes a sensibilidade da ordem de grandeza dos valores. Inclui-se nesse caso o cálculo das lajes, onde apesar de aprender-se o cálculo manual, na vida profissional acaba-se se deparando com as metodologias e soluções computacionais. Entretanto, os resultados computacionais podem ser muito diferentes dos manuais, cabendo nesses casos ao engenheiro projetista analisar de forma criteriosa o motivo de tais discrepâncias e a adoção de soluções alternativas para se chegar ao bom desempenho e funcionamento da estrutura, pois a laje é um dos elementos, ou em alguns casos o elemento, que mais consome concreto e aço em uma estrutura. Por esse motivo será apresentado nesse trabalho comparações dos procedimentos por tabelas e analogia de grelha e também adequações e aprimoramentos de ambos.

2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 Teoria das placas finas em regime elástico

As lajes de concreto armado são elementos cuja espessura é muito menor que suas duas outras dimensões, ou seja, de um modo geral são placas de pequena espessura.

Segundo Timoshenko & Woinosky-Kreiger (1970), no caso de placas com pequenas espessuras, algumas hipóteses são assumidas para o procedimento de cálculo:

- ✓ A placa indeformada é plana;
- ✓ O material é considerado elástico, linear, homogêneo e isotrópico;
- ✓ As cargas são aplicadas perpendicularmente ao plano das placas;
- ✓ A espessura (h) da placa é pequena e da ordem de $1/10$ em relação às outras dimensões;
- ✓ As deformações angulares da superfície média são pequenas comparadas à unidade;
- ✓ Os deslocamentos dos pontos da superfície média são pequenos comparados com a espessura da placa;
- ✓ Uma linha reta perpendicular ao plano da laje, após a sua deformação, continua reta e perpendicular ao plano da mesma;
- ✓ As deformações provocadas pelo cisalhamento são desprezadas;
- ✓ A deformação da placa é produzida por deslocamentos dos pontos da superfície média perpendicular ao plano indeformado;
- ✓ As tensões normais à superfície média são desprezáveis em relação às tensões no mesmo plano.

Além dessas hipóteses, segundo Silva (2005), algumas considerações precisam ser feitas para facilitar a determinação dos esforços através de métodos simplificados baseados na teoria das placas em regime elástico:

- ✓ As lajes apenas transmitem reações uniformemente distribuídas sobre as vigas, ou seja, não há transmissão direta da laje para os pilares;
- ✓ Além disso, não há transmissão de qualquer outro tipo de esforço senão os verticais para as vigas, ou seja, os momentos torsores são nulos nas vigas;
- ✓ As vigas de apoio são consideradas indeslocáveis;
- ✓ O contorno das lajes ou é livre (apoio simples) ou totalmente impedindo (engaste perfeito).

Partindo-se das premissas anteriores, baseado no equilíbrio dos esforços internos existentes em um elemento de placa infinitesimal e utilizando-se de relações entre esforços e deslocamentos, pode-se determinar a equação que rege o comportamento das placas, chamada de equação de Lagrange. Ou seja, pode-se considerar um elemento de placa infinitesimal com suas dimensões dx e dy submetido a uma carga distribuída perpendicular ao seu maior plano $q(xy)$ e a partir do equilíbrio de esforços existentes internamente ao elemento (momentos fletores, esforços cortantes e momentos torsores) obter a equação diferencial de equilíbrio das placas (1).

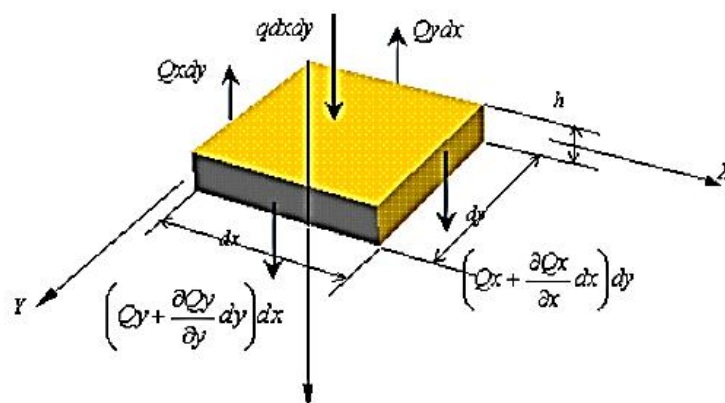


Figura 1: Esforços cortantes em um elemento de placa

Fonte: Coelho (2000)

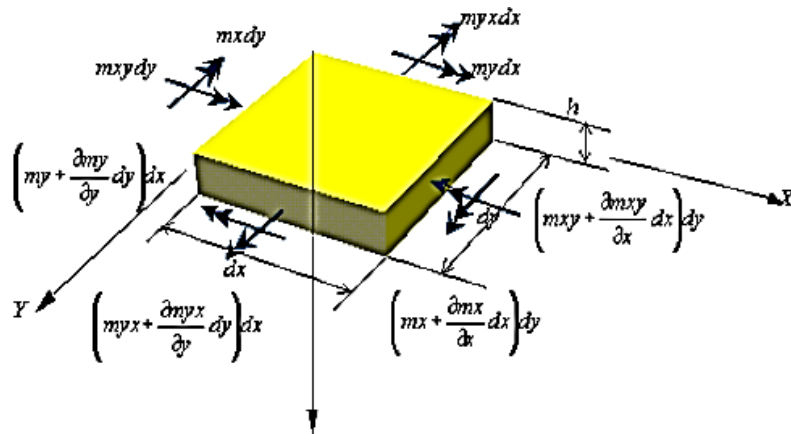


Figura 2: Momentos fletores e de torção em um elemento de placa

Fonte: Coelho (2000)

$$\frac{\partial^2 M_x}{\partial x^2} - 2 \frac{\partial^2 M_{xy}}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 M_y}{\partial y^2} = -q \quad (1)$$

Onde:

M_x e M_y são os momentos fletores e M_{xy} é o momento torsor.

Partindo-se da equação diferencial de equilíbrio das placas, pode-se utilizar as relações entre esforços e deslocamentos para chegar à equação de Lagrange (2), a qual define o comportamento das placas delgadas.

$$\frac{\partial^4 \omega}{\partial x^4} + 2 \cdot \frac{\partial^4 \omega}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 \omega}{\partial y^4} = \frac{q}{D} \quad (2)$$

A equação 2 relaciona a função deslocamento com o carregamento atuante q , para qualquer ponto genérico da placa. Sendo que a rigidez da placa D é próxima à rigidez EI de uma viga sob flexão, sendo a primeira incluída do coeficiente de Poisson por ser um elemento bidimensional, e dada pela equação 3.

$$D = E \cdot \frac{h^3}{12(1-\nu^2)} \quad (3)$$

Onde:

E = Módulo de deformação longitudinal do concreto;

h = Espessura da placa;

ν = Coeficiente de Poisson do concreto.

Por fim, os esforços a partir da teoria da elasticidade podem ser obtidos através das equações 4, 5 e 6.

$$m_x = -D \left(\frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} \right) \quad (4)$$

$$m_y = -D \left(\frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} \right) \quad (5)$$

$$m_{xy} = -D \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} \right) \quad (6)$$

Entretanto, devido à especificidade que as lajes têm em sua geometria e carregamentos, para resolver tais equações, o cálculo manual, além de trabalhoso, nem sempre é possível.

Resumindo, existem possíveis soluções para o cálculo das lajes baseadas na teoria das placas em regime elástico, sendo elas:

- Solução analítica, sendo uma solução difícil de desenvolver;
- Soluções numéricas, seja através de elementos finitos, analogia de grelha, diferenças finitas;
- E por tabelas que foram criadas através de resultados de casos específicos usados em projetos.

2.2 Procedimentos manuais

O cálculo manual através do uso de tabelas consiste num procedimento prático, onde o projetista pode obter os valores de momento fletor e deformação de uma laje. De modo a mostrar o procedimento de cálculo, abaixo segue um roteiro que será melhor explicado adiante:

- Vinculação e os vãos teóricos;
- Determinação do tipo de armação;
- Dados do projeto:
 - ✓ Classe de agressividade ambiental;
 - ✓ Características do concreto;
 - ✓ Características do aço;
 - ✓ Determinação das cargas atuantes;
- Obtenção dos esforços das lajes para:
 - ✓ Lajes armadas em uma direção;
 - ✓ Lajes armadas em duas direções;
 - ✓ Compatibilização dos momentos fletores negativos;
- Detalhamento das lajes;
- Verificação do estado limite de serviço – ELS:
 - ✓ Deslocamentos – Flechas;
 - ✓ Flechas devido às cargas acidentais.

2.2.1 Vinculação e vãos teóricos:

Para o dimensionamento das lajes, através do método das placas, é preciso determinar os vãos efetivos e as vinculações das lajes. No cálculo de tabelas são admitidos apenas três tipos de vínculos, o apoio simples, o engaste perfeito e os bordos livres. Sendo que os critérios para adoção de um ou outro vínculo são apresentados abaixo:

- Bordos de lajes que não possuam apoios são considerados como bordos livres.
- Quando uma laje possui em sua extremidade a restrição de deslocamento vertical, mas não há restrição de rotação da mesma, a extremidade é considerada apoio simples.
- Em relação ao item anterior, caso, além da restrição ao deslocamento vertical, haja restrição na rotação por continuidade, o bordo será considerado engastado (contínuo).
- Ao longo de um apoio de duas lajes adjacentes, caso exista menos de 2/3 de continuidade entre elas, o bordo deixa de ser considerado engastado, passando apenas para apoio simples para a consideração do momento fletor positivo.
- Os critérios usuais indicam que quando duas lajes contínuas possuem dimensões consideravelmente diferentes, ou quando o momento negativo de uma for muito maior que da outra, então apenas a laje de menor dimensão é considerada engastada na de maior dimensão, ficando a de maior dimensão apenas apoiada na de menor dimensão. Entretanto, muitas vezes, a compatibilização utilizando a média de valores ou 80% do maior momento, fornece melhores resultados, quando comparados com as análises numéricas.

Já para a determinação dos vãos teóricos será utilizada a equação 7 conforme traz a NBR 6118:2014.

$$L_{ef} = a_1 + L_{livre} + a_2 \quad (7)$$

Com “a₁ e a₂” dado por:

$$a_{(1 \text{ ou } 2)} \leq \left(\frac{T_{(1 \text{ ou } 2)}}{2} e 0,3h \right)$$

Sendo:

T1 e T2 = as larguras das vigas de apoio no vão considerado;

h = a espessura da laje;

L_{livre} = vão livre da laje.

2.2.2 Tipo de armação

De um modo geral as lajes podem ser armadas em uma ou duas direções. A laje é armada em uma direção quando a razão entre o maior vão e o menor vão é maior que dois, ou seja, $L_y/L_x > 2$. Caso contrário a laje é armada em duas direções.

2.2.3 Dados do projeto

2.2.3.1 Classe de Agressividade Ambiental:

A classe de Agressividade Ambiental é um fator importante a ser determinado em um projeto, já que o mesmo determina a resistência do concreto e o cobrimento mínimos que os elementos estruturais pertencentes a este projeto deverão ter.

Através da tabela 6.1 da NBR 6118:2014 é possível determinar a classe de agressividade ambiental que a estrutura possui e diante dessa classe é possível verificar nas tabelas 7.1 e 7.2 da mesma norma, os valores mínimos de f_{ck} , relação de água/cimento e o cobrimento respectivamente.

2.2.3.2 Características do Concreto:

Partindo-se do f_{ck} pode-se determinar o módulo de elasticidade através da equação 8.

$$E_{ci} = a_e \cdot 5600 \sqrt{f_{ck}} \quad (8)$$

Sendo a_e igual a 1,0 para agregado graúdo formado por granito ou gnaisse.

E por fim, pode-se calcular o módulo de elasticidade secante através da equação 9.

$$E_{cs} = 0,85 \cdot E_{ci} \quad (9)$$

Conforme a norma NBR 6118:2014 é possível adotar também o valor do coeficiente de Poisson como 0,2.

2.2.3.3 Características do Aço:

De um modo geral são utilizadas, para lajes de edifícios usuais, as bitolas 5.0 mm do aço CA-60 e 6.3 mm, 8.0 mm, 10.0 mm e 12.5 mm do aço CA-50. O aço CA-60 possui peso específico de 7850 Kg/m³ e resistência característica de 600 Mpa, enquanto que o CA-50 possui 500 Mpa e 7850 Kg/m³ respectivamente.

2.2.3.4 Cargas atuantes:

Para a determinação dos esforços sobre as lajes serão considerados os carregamentos permanentes (g) e acidentais (q) especificados na NBR 6120:1980 – Cargas para o cálculo de Estruturas de Edificações. São consideradas como cargas permanentes: o peso próprio da estrutura e possíveis elementos fixos a esta. Cargas acidentais são cargas que podem atuar sobre a estrutura, durante a sua vida útil, em função de seu uso.

✓ Cargas permanentes:

• Peso próprio:

Carregamento por unidade de comprimento ao quadrado em função da espessura da laje

$$P_p = h \cdot \gamma \quad (10)$$

Sendo γ o peso específico do concreto, considerado 25 KN/m³.

• Revestimento:

O revestimento das lajes em geral é composto pelo contra piso, pela cerâmica e reboco da parte inferior da laje.

- Carga de parede:

Dependendo do tipo de projeto pode haver a presença de paredes sobre algumas lajes. Nesse caso o carregamento das paredes pode ser calculado pela equação 11, sendo esse um processo simplificado.

$$G_p = \frac{e \cdot \gamma_m \cdot H \cdot L}{A} \quad (11)$$

Sendo e = espessura da parede;

γ_m = peso específico do material;

H = altura da parede;

L = comprimento da parede;

A = área da laje sob a referida parede.

O peso específico do material pode ser tirado da NBR 6120, onde, por exemplo, a alvenaria de tijolos furados possui um peso específico aparente de 13 KN/m³.

Lembrando que em paredes que possuam aberturas pode-se descontar o peso das últimas.

A carga permanente total G_{tot} será a somatória das cargas permanentes já apresentadas.

✓ Cargas acidentais:

Já para o carregamento acidental pode ser definida através da NBR 6120.

Lembrando que o carregamento distribuído utilizado no cálculo dos momentos no estado limite último, para o presente trabalho, será a somatória dos carregamentos acidentais e permanentes, multiplicados pelo coeficiente de majoração 1,4. E para o cálculo das flechas e dos momentos no estado limite de serviço será a somatória das cargas permanente mais 0,4 vezes o carregamento acidental.

2.2.4 Obtenção dos esforços das lajes

2.2.4.1 Lajes armadas em uma direção

Para determinar os momentos fletores máximos, positivos e negativos, podem-se utilizar as seguintes equações de tramos de vigas com condições de apenas engastadas, apoiadas ou livres.

a) Lajes com dois apoios simples:

$$M^+ = \frac{pl^2}{8} \quad (12)$$

b) Lajes com um apoio simples e um engaste

$$M^+ = \frac{pl^2}{14,22} \quad (13)$$

$$M^- = \frac{pl^2}{8} \quad (14)$$

c) Lajes com dois engastes

$$M^+ = \frac{pl^2}{24} \quad (15)$$

$$M^- = \frac{pl^2}{12} \quad (16)$$

d) Lajes com apenas um engaste e bordo livre

$$M^- = \frac{pl^2}{2} \quad (17)$$

Obs.: Ou podem ser calculadas como vigas contínuas em alguns casos.

2.2.4.2 Lajes armadas em duas direções

A determinação dos esforços de lajes armadas em duas direções, utilizando a Teoria das placas em regime elástico, é mais complexa do que para lajes armadas em apenas uma direção. Diante desta dificuldade foram criadas tabelas baseadas na solução da equação diferencial de Lagrange, a qual rege o comportamento de uma placa, com determinadas condições de carregamento, geometria e contorno.

Para lajes mais complexas, por exemplo, de formato irregular, essas não possuem soluções tabeladas, sendo que nesses casos a utilização de procedimentos numéricos se torna necessária.

O cálculo de lajes através de tabelas é um procedimento simples. Tais tabelas apresentam coeficientes em função do tipo de laje (vinculações) e da relação maior e menor vão da laje (λ). Para o cálculo das flechas é utilizado o coeficiente “ α ” e para o cálculo dos momentos positivos e negativos os coeficientes μx^+ , μy^+ e μx^- , μy^- respectivamente. Ou seja, é realizado o seguinte procedimento:

- Classificação da laje em função da vinculação e dos vãos efetivos, como pode ser visto na figura 3:

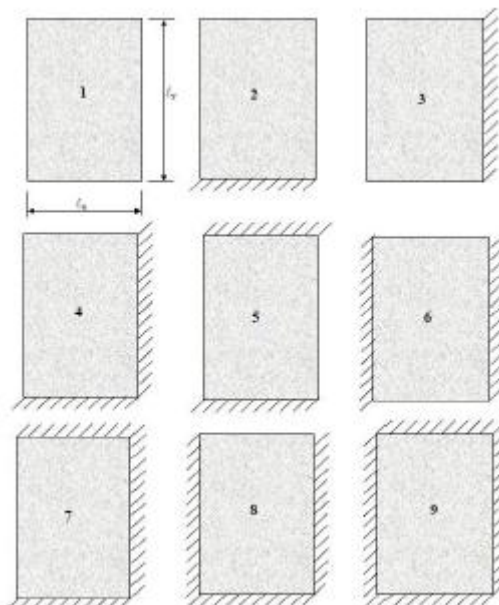


Figura 3: Condições de apoio dos bordos

Fonte: Carvalho e Figueiredo Filho, 2010

- Em seguida calcula-se o valor de Lambda através da equação 18.

$$\lambda = \frac{L_y}{L_x} \quad (18)$$

- Com a classificação da determinada laje, ou melhor, com o caso que esta pertence mais o valor de Lambda, pode-se retirar das tabelas os coeficientes para o cálculo dos momentos fletores das lajes conforme, por exemplo, a tabela 1.

Tabela 1: Exemplo de tabela com os coeficientes de cálculo de momentos fletores de lajes

λ	Caso 4				Caso 5			Caso 6		
	μ_x	μ'_x	μ_y	μ'_y	μ_x	μ_y	μ''_y	μ_x	μ''_x	μ_y
1,00	2,81	6,99	2,81	6,99	2,15	3,17	6,99	3,17	6,99	2,15
1,05	3,05	7,43	2,81	7,18	2,47	3,32	7,43	3,29	7,20	2,07
1,10	3,30	7,87	2,81	7,36	2,78	3,47	7,87	3,42	7,41	1,99
1,15	3,53	8,28	2,80	7,50	3,08	3,58	8,26	3,52	7,56	1,89
1,20	3,76	8,69	2,79	7,63	3,38	3,70	8,65	3,63	7,70	1,80
1,25	3,96	9,03	2,74	7,72	3,79	3,80	9,03	3,71	7,82	1,74
1,30	4,16	9,37	2,69	7,81	4,15	3,90	9,33	3,79	7,93	1,67
1,35	4,33	9,65	2,65	7,88	4,50	3,96	9,69	3,84	8,02	1,59
1,40	4,51	9,93	2,60	7,94	4,85	4,03	10,00	3,90	8,11	1,52
1,45	4,66	10,41	2,54	8,00	5,19	4,09	10,25	3,94	8,13	1,45
1,50	4,81	10,62	2,47	8,06	5,53	4,14	10,49	3,99	8,15	1,38
1,55	4,93	10,82	2,39	8,09	5,86	4,16	10,70	4,03	8,20	1,34
1,60	5,06	10,99	2,31	8,12	6,18	4,17	10,91	4,06	8,25	1,28
1,65	5,16	11,16	2,24	8,14	6,48	4,14	11,08	4,09	8,28	1,23
1,70	5,27	11,30	2,16	8,15	6,81	4,12	11,24	4,12	8,30	1,18
1,75	5,36	11,43	2,11	8,16	7,11	4,12	11,39	4,14	8,31	1,15
1,80	5,45	11,55	2,04	8,17	7,41	4,10	11,43	4,15	8,32	1,11
1,85	5,53	11,57	1,99	8,17	7,68	4,08	11,65	4,16	8,33	1,08
1,90	5,60	11,67	1,93	8,18	7,95	4,04	11,77	4,17	8,33	1,04
1,95	5,67	11,78	1,91	8,19	8,21	3,99	11,83	4,17	8,33	1,01
2,00	5,74	11,89	1,88	8,20	8,47	3,92	11,88	4,18	8,33	0,97
∞	7,06	12,50	1,95	8,20	12,58	4,13	11,88	4,18	8,33	0,97

Fonte: Carvalho e Figueiredo Filho, 2010

- Partindo-se dos coeficientes determinados, pode-se calcular o valor dos momentos através da equação genérica 19.

$$M = \frac{\mu \cdot p \cdot L_x^2}{100} \quad (19)$$

Onde: L_x é o menor vão da laje

p é o carregamento uniformemente distribuído sobre a laje

2.2.5 Compatibilização dos momentos fletores negativos

Partindo-se das vinculações, vãos efetivos e equações citados anteriormente junto do uso das tabelas, pode-se obter os momentos fletores positivos e negativos das lajes uni e bidirecionais isoladamente.

O fato das lajes serem consideradas isoladas em seu cálculo faz com que o momento negativo de lajes adjacentes seja diferente um em relação ao outro, entretanto na prática temos a continuidade entre as lajes. Segundo o item 14.7.6.2 da NBR 6118:2014, “quando houver predominância de cargas permanentes, as lajes vizinhas podem ser consideradas como isoladas, realizando-se compatibilização dos momentos sobre os apoios de forma aproximada”. Conclui-se então que há a necessidade de compatibilizar os momentos fletores negativos entre as lajes, de modo que ao final tenhamos um único valor entre lajes adjacentes.

Para o momento fletor negativo compatibilizado, pode-se adotar o maior dos seguintes valores:

$$M^- > 0,8M_a^-, 0,8M_b^- \text{ e } \frac{Ma^- + Mb^-}{2} \quad (20)$$

Sendo M_a^- e M_b^- os momentos negativos das adjacências de uma continuidade.

À medida que os momentos fletores negativos são compatibilizados, pode haver a necessidade de se corrigir os momentos fletores positivos também. Isto se deve pelo fato dos momentos positivos e negativos estarem correlacionados. A correção do momento fletor positivo é feita apenas quando o momento fletor negativo da laje em questão é menor após a compatibilização, sendo que a correção é feita adicionando ao momento fletor positivo a metade da variação dos momentos fletores negativos. Lembrando que a diminuição do momento fletor positivo não é feita, pois está a favor da segurança.

Graduando Felipe Schmitt Richartz

Orientador: Dr. Daniel Domingues Loriggio

2.2.6 Dimensionamento das lajes

Uma vez encontrado os momentos fletores últimos nas direções x e y das lajes, o dimensionamento das armaduras é feito utilizando-se as teorias de dimensionamento em concreto armado imaginando-se uma seção retangular com um metro de largura.

2.2.7 Verificação do estado limite de serviço – ELS

Segundo a NBR 6118:2014 são necessárias as verificações dos estados limites de serviço dos elementos estruturais que estão relacionadas à aparência, durabilidade, conforto do usuário e a boa utilização funcional. De acordo com a mesma norma é necessário verificar o estado limite de serviço de deformações excessivas para combinações quase permanentes, sendo que estas deformações deverão ser comparadas com valores limites presente na tabela 13.2 dessa Norma.

A norma classifica os deslocamentos limites em quatro grupos básicos em seu item 13.3 conforme abaixo:

- “Aceitabilidade sensorial: o limite é caracterizado por vibrações indesejáveis ou efeito visual desagradável. A limitação da flecha para prevenir essas vibrações, em seções especiais de utilização, deve ser realizada conforme estabelecido na seção 23”;
- “Efeitos específicos: os deslocamentos podem impedir a utilização adequada da construção”;
- “Efeitos de elementos não estruturais: deslocamentos estruturais podem ocasionar o mau funcionamento de elementos que, apesar de não fazerem parte da estrutura, estão a ela ligados”;
- “Efeitos em elementos estruturais: os deslocamentos podem afetar o comportamento do elemento estrutural, provocando afastamento em relação às hipóteses de cálculo adotadas. Se os deslocamentos forem relevantes para o elemento considerado, seus efeitos sobre as tensões ou sobre a estabilidade da estrutura devem ser considerados, incorporando-as ao modelo estrutural adotado.”

2.2.7.1 Deslocamentos – Flechas

Segundo a NBR 6118:2014 em seu item 19.3.1, a verificação do estado limite de deformação deve atender aos critérios do item 17.3.2, onde se devem realizar as verificações através da rigidez efetiva da peça. Ou seja, é considerada a presença de armadura, a existência de fissuras e as deformações diferidas no tempo.

Conforme já comentado anteriormente, neste estudo são consideradas as combinações de serviços quase permanentes. Para tanto, serão utilizados coeficientes de ponderação de acordo com a tabela 11.2 da NBR 6118:2014, onde neste pavimento de estudo, cujos fins são comerciais, será adotado o coeficiente $\psi_2 = 0,4$.

O carregamento de serviço sobre as lajes pode ser calculado através da equação 21.

$$p_{ser} = g_k + \psi_2 \cdot q_k \quad (21)$$

Onde g_k e q_k são a somatória dos carregamentos permanentes e acidentais não majorados respectivamente.

Com o carregamento de serviço p_{ser} pode-se calcular os momentos de serviço do mesmo modo que os momentos últimos foram calculados.

Quando sobre uma laje atuarem carregamentos, a mesma será sujeita ao surgimento de possíveis fissuras. Quando uma laje sofre fissuração a sua rigidez diminui fazendo com que sua deformação aumente. Neste caso é calculada uma inércia equivalente (I_{eq}) para a laje fissurada, para então ser realizado o cálculo da “flecha fissurada”.

Para descobrir se a laje sofrerá ou não fissuração, é comparado o momento de serviço com o momento de fissuração, sendo este último calculado através da equação 22.

$$M_r = \frac{\alpha \cdot F_{ctm} \cdot I_c}{y_t} \quad (22)$$

Onde:

- ✓ α é o fator que relaciona a resistência à tração direta com a tração na flexão. Usa-se $\alpha = 1.5$ para seções retangulares;
- ✓ I_c é a inércia da seção bruta do concreto;
- ✓ F_{ctm} é a resistência média à tração do concreto;
- ✓ Y_t é a distância da fibra mais tracionada do concreto ao centro de gravidade da peça.

E:

$$F_{ctm} = 0,3 \cdot \sqrt[3]{f_{ck}^2} \quad (23)$$

$$I_c = \frac{bh^3}{12} \quad (24)$$

$$Y_t = \frac{h}{2} \quad (25)$$

Caso o momento de serviço seja maior que o de fissuração, a peça se encontra fissurada (estádio II). Neste caso é necessário o cálculo da rigidez efetiva da peça, para então poder-se calcular a inércia equivalente e por fim a flecha imediata fo.

Flecha imediata fo para lajes armadas em duas direções:

$$f_0 = \frac{\alpha \cdot b \cdot p_{ser} \cdot Lx_{efe}^4}{1200(EI)_{eq}} \quad (26)$$

Onde

- ✓ Lx é o menor vão da laje
- ✓ α é um coeficiente obtido através das tabelas, o qual depende do λ da laje e que está relacionado com a condição de contorno da laje.
- ✓ b é a largura da base, neste caso 1 m.

Para lajes armadas em uma direção, as equações utilizadas no cálculo da flecha elástica são as mesmas para o cálculo de flechas em vigas.

Flecha imediata f_0 para lajes com um apoio e um engaste na direção x:

$$f_0 = \frac{2 \cdot p_{ser} \cdot L^4}{384 \cdot EI_{eq}} \quad (27)$$

Flecha imediata f_0 para lajes em balanço, cuja extremidade é engastada:

$$f_0 = \frac{p_{ser} \cdot L^4}{8(EI)_{eq}} \quad (28)$$

A inércia equivalente $(EI)_{eq}$ pode ser obtida através da equação 29 contida no item 17.3.2.1 da NBR 6118:2014.

$$(EI)_{eq} = E_{cs} \left\{ \left(\frac{M_r}{M_a} \right)^3 I_c + \left[1 - \left(\frac{M_r}{M_a} \right)^3 \right] I_{II} \right\} \leq E_{cs} \cdot I_c \quad (29)$$

Onde

- ✓ I_{II} é o momento de inércia da peça fissurada (Estádio II);
- ✓ M_a é o momento de serviço na seção crítica do vão considerado;
- ✓ M_r é o momento de fissuração;
- ✓ E_{cs} é o módulo de elasticidade secante do concreto;

Para o cálculo de Inércia fissurada (Estádio II) utilizam-se as seguintes equações.

$$I_{II} = \frac{b_w \cdot x_{II}^3}{3} + \alpha_e \cdot A_s (d - x_{II})^2 \quad (30)$$

$$\alpha_e = \frac{E_s}{E_c} \quad (31)$$

$$x_{II} = \left(\frac{\alpha_e \cdot A_s}{b_w} \right) \left(-1 + \left(1 + \frac{2}{\alpha_e \cdot \rho} \right) \right) \quad (32)$$

Graduando Felipe Schmitt Richartz

Orientador: Dr. Daniel Domingues Loriggio

$$\rho = \frac{A_s}{b_w.d} \quad (33)$$

Onde

- ✓ x_{II} é a distância da face superior da laje até sua linha neutra;
- ✓ E_c é o módulo de elasticidade do concreto;
- ✓ E_s é o módulo de elasticidade do aço;
- ✓ α_e é a relação entre os módulos de elasticidade do concreto e do aço;
- ✓ ρ é a taxa de armadura da laje;
- ✓ A_s é a área de aço;
- ✓ d é a altura útil da laje

A NBR 6118:2014 em seu item 17.3.2.1.2 também faz menção às flechas diferidas no tempo. Elas surgem ao longo do tempo sob a ação de cargas de longa duração e de um modo geral ocorrem devido aos efeitos de retração e fluência do concreto.

Para o cálculo de flechas diferidas a mesma norma apresenta a equação 34 relacionando a flecha diferida à imediata.

$$f_{\infty} = (1 + \alpha_f) f_0 \quad (34)$$

Onde

- ✓ f_{∞} é a flecha total;
- ✓ α_f é um coeficiente que correlaciona o tempo inicial de aplicação da carga de longa duração e o tempo de escoramento da laje.

α_f pode ser calculado pela equação 35.

$$\alpha_t = \frac{\delta_{\varepsilon}}{1+50\rho'} \quad (35)$$

$$\rho' = \frac{A'_s}{b_w.d} \quad (36)$$

$$\delta_{\varepsilon} = \varepsilon(t) - \varepsilon(t_0) \quad (37)$$

$$\varepsilon(t) = 0,68(0,996^t)t^{0,32}, \text{ para } t \leq 70 \text{ meses} \quad (38)$$

$$\varepsilon(t) = 2, \text{ para } t > 70 \text{ meses} \quad (39)$$

Onde

- ✓ ε é um coeficiente em função do tempo;
- ✓ A'_s é a área de aço comprimida;
- ✓ b_w é a largura da laje, nesse caso igual a 1 m;
- ✓ d é a altura útil da laje;
- ✓ t_0 é a data inicial (em meses) de aplicação da carga de longa duração;
- ✓ t é o tempo em que se deseja calcular a flecha diferida;

A NBR 6118:2014 em sua tabela 13.3 limita o deslocamento vertical das lajes e possui um limite sensorial visual de $l_x/250$ para lajes com apoios em sua extremidade e $l_x/125$ para lajes em balanço.

2.2.7.2 Estado limite de serviço – Vibrações sentidas no piso

A verificação do limite sensorial de vibração é feita comparando-se a flecha devido à carga accidental da laje com o limite estabelecido pela norma, sendo esta conforme a equação 40.

$$f_{oq} = \frac{f_0.q}{p_{ser}} \leq f_{adm}, \text{ sendo este } l_x/350 \quad (40)$$

Onde:

- q : é o carregamento accidental da laje.
- p_{ser} : é o carregamento de serviço da laje.
- f_0 : é a flecha imediata da laje.
- f_{oq} : é a flecha devido à carga accidental.

2.3 Análise Matricial Direcionada às Grelhas

A análise matricial é um método numérico que pode ser utilizado na obtenção dos esforços existentes nos pavimentos de um edifício, modelado através de uma grelha, formada por barras que se inter cruzam formando nós.

De um modo geral, as vigas existentes em um pavimento formam uma grelha onde as barras são os eixos das vigas e seus nós o encontro destas.

Geralmente se utiliza o Método dos Deslocamentos para a análise de uma grelha, a qual apresenta as seguintes características:

- ✓ Cargas externas;
- ✓ Rigidez da estrutura;
- ✓ Deslocamento, nesse caso dos nós.
- ✓ Condições de contorno;
- ✓ Outros.

Baseado nas rigidezes, tanto de flexão quanto de torção das barras da grelha, pode-se programar as matrizes de modo a obtermos no final do processo os esforços existentes nas barras.

2.3.1 Método dos deslocamentos aplicado às grelhas.

Com o intuito de programar o cálculo das grelhas em programas computacionais através da formulação matricial, o método mais utilizado é o dos deslocamentos, visto que este possui um melhor desempenho para a programação.

Neste método a estrutura de grelha é dividida em elementos de barra que se conectam entre si através de pontos nodais. Partindo-se desses elementos, ficam definidos os graus de liberdade dos mesmos, obtendo-se assim o sistema principal.

O grau de liberdade de um ponto nodal é definido através dos possíveis movimentos que este possa ter. Por exemplo, cada barra, pertencente à grelha em estudo, possui três graus de liberdade por nó, sendo estes: a rotação em torno dos eixos x e y e a translação paralela ao eixo z. Como cada barra possui dois pontos nodais, um em cada extremidade, ao todo esta barra possui seis graus de liberdade conforme figura 4.



Figura 4: Graus de liberdade de uma barra de grelha

Fonte: Sardá (2014)

Utilizando-se uma análise elástica linear, pode-se aplicar um deslocamento unitário na direção de cada grau de liberdade para a determinação dos coeficientes de rigidez. Este efeito é explicado pela equação 41.

$$F = K. \delta \quad (41)$$

Onde F é uma matriz coluna (vetor) das cargas externas, (K) é a matriz de rigidez da estrutura e δ é a matriz coluna dos deslocamentos.

Como as barras da grelha possuem seis graus de liberdade, ao final da aplicação dos deslocamentos unitários ter-se-á uma matriz de rigidez composta de seis linhas e seis colunas conforme imagem 5:

$$r = \begin{bmatrix} \frac{GJ}{L} & 0 & 0 & -\frac{GJ}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{4EI}{L} & -\frac{6EI}{L^2} & 0 & \frac{2EI}{L} & \frac{6EI}{L^2} \\ 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{12EI}{L^3} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{12EI}{L^3} \\ -\frac{GJ}{L} & 0 & 0 & \frac{GJ}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{2EI}{L} & -\frac{6EI}{L^2} & 0 & \frac{4EI}{L} & \frac{6EI}{L^2} \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & -\frac{12EI}{L^3} & 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{12EI}{L^3} \end{bmatrix}$$

Figura 5: Matriz de rigidez de uma barra no sistema local

Fonte: Sardá (2014)

Onde:

I = Momento de inércia a flexão;

E = Módulo de elasticidade longitudinal;

J = Momento de inércia a torção;

G = Módulo de elasticidade transversal;

L = Comprimento da barra;

Partindo-se da matriz de rigidez no sistema local, (r), é possível transformá-la na matriz de rigidez global r através da equação 42.

$$(r) = (t)^t \cdot (r) \cdot (t) \quad (42)$$

Sendo:

(t): Matriz de rotação;

(t)^t : Transposta da matriz de rotação.

Obtendo-se ao final a matriz de rigidez global:

$$R = \begin{bmatrix} \frac{GJ_p}{L} C_x^2 + \frac{4EI_p}{L} Q_x^2 & \left(\frac{GJ_p}{L} + \frac{4EI_p}{L} \right) C_x C_y & \frac{6EI_p}{L^2} Q_x & -\frac{GJ_p}{L} C_x^2 + \frac{2EI_p}{L} Q_x^2 & -\left(\frac{GJ_p}{L} + \frac{2EI_p}{L} \right) C_x C_y & -\frac{6EI_p}{L^2} Q_x \\ \left(\frac{GJ_p}{L} - \frac{4EI_p}{L} \right) C_x C_y & \frac{GJ_p}{L} Q_y^2 + \frac{4EI_p}{L} C_x^2 & -\frac{6EI_p}{L^2} C_x & -\left(\frac{GJ_p}{L} + \frac{2EI_p}{L} \right) C_x Q_y & -\frac{GJ_p}{L} Q_y^2 + \frac{2EI_p}{L} C_x^2 & \frac{6EI_p}{L^2} C_x \\ \frac{6EI_p}{L^2} Q_x & -\frac{6EI_p}{L^2} C_x & \frac{12EI_p}{L^3} & \frac{6EI_p}{L^2} Q_y & -\frac{6EI_p}{L^2} C_y & -\frac{12EI_p}{L^3} \\ -\frac{GJ_p}{L} C_x^2 + \frac{2EI_p}{L} Q_x^2 & -\left(\frac{GJ_p}{L} + \frac{2EI_p}{L} \right) C_x C_y & \frac{6EI_p}{L^2} Q_x & \frac{GJ_p}{L} C_x^2 + \frac{4EI_p}{L} Q_y^2 & \left(\frac{GJ_p}{L} - \frac{4EI_p}{L} \right) C_x C_y & -\frac{6EI_p}{L^2} Q_y \\ -\left(\frac{GJ_p}{L} + \frac{2EI_p}{L} \right) C_x C_y & -\frac{GJ_p}{L} Q_y^2 + \frac{2EI_p}{L} C_x^2 & -\frac{6EI_p}{L^2} C_x & \left(\frac{GJ_p}{L} - \frac{4EI_p}{L} \right) C_x Q_y & \frac{GJ_p}{L} Q_y^2 + \frac{4EI_p}{L} C_x^2 & \frac{6EI_p}{L^2} C_x \\ -\frac{6EI_p}{L^2} Q_y & \frac{6EI_p}{L^2} C_y & -\frac{12EI_p}{L^3} & -\frac{6EI_p}{L^2} Q_x & \frac{6EI_p}{L^2} C_x & \frac{12EI_p}{L^3} \end{bmatrix}$$

Figura 6: Matriz de rigidez em relação ao eixo global

Fonte: Silva (2014)

Obtendo as matrizes de rigidez global das barras, a matriz de rigidez da estrutura como um todo (k) pode ser obtida através da convergência dos coeficientes das barras que possuem um ponto nodal em comum.

Por fim, determina-se o vetor de imobilização dos nós, sendo este formado pelos esforços gerados nos nós devido aos carregamentos distribuídos nas barras. Em seguida é montado o vetor de imobilização dos nós da estrutura e através deste vetor junto das cargas externas aplicadas nos nós são determinados os deslocamentos através da equação 43.

$$[K] \cdot [\delta] = \{F\} - \{F_0\} \quad (43)$$

Ao final do processo, com as reações e as ações externas, é possível a montagem dos diagramas de esforços da estrutura. Por este ser um processo trabalhoso, visto que a grelha pode possuir muitas barras e conseqüentemente muitos nós, softwares fazem este processo de forma mais rápida e eficiente.

2.4 Analogia de grelha

A analogia de grelha é um esquema estrutural que correlaciona a grelha formada pelas vigas de um pavimento com suas respectivas lajes. Neste caso, as lajes são simuladas por uma grelha de vigas também. Nesta malha, as vigas e lajes são representadas por barras interconectadas por nós e podem ser analisadas através da análise matricial de estruturas.

Por ser analisado o pavimento inteiro em conjunto, a analogia de grelha tem uma série de vantagens em relação ao método simplificado das tabelas. Por exemplo, é possível ser analisado painéis de lajes não retangulares, realizar interações entre os momentos fletores negativos sobre os apoios, verificar a descontinuidade de vinculação ao longo dos bordos de lajes adjacentes e considerar a deslocabilidade dos apoios das lajes. Ou seja, trata-se de uma análise mais realista comparada à análise feita por tabelas.

Basicamente a grelha da laje é dividida nas direções x e y em uma série de faixas com determinada largura equidistante umas das outras. Os carregamentos distribuídos sobre as lajes se dividem entre os elementos da grelha equivalente, de acordo com a área de influência de cada elemento. Além dos carregamentos distribuídos, há a possibilidade de existência de cargas pontuais, sendo que nestes casos a carga tende a se distribuir para o nó mais próximo.

Com a atuação do carregamento sobre a laje, as barras da grelha passam a ser solicitadas. Entretanto, os esforços obtidos em cada barra são proporcionais às rigidezes à flexão (EI) e à torção (GJ) das mesmas. O módulo de elasticidade transversal G está relacionado com o módulo de elasticidade longitudinal E e também ao coeficiente de Poisson ν conforme a equação 44.

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (44)$$

Segundo a NBR 6118:2014, podem ser considerados os valores 0,2 e 0,4 Ecs para o coeficiente de Poisson e do módulo de elasticidade transversal respectivamente.

Além dos módulos de elasticidade, as rigidezes dependem das inércias I e J, sendo a primeira à flexão e a última à torção. Para o cálculo das mesmas, podem se utilizar as equações 45 e 46 respectivamente:

$$I = \frac{b \cdot h^3}{12} \quad (45)$$

$$J = \beta \cdot h \cdot b^3 \quad (46)$$

Onde b é a menor dimensão da peça e β é:

$$\beta = \frac{1}{3} - \left(\frac{0,21b}{h} \right) \left(1 - \frac{b^4}{12h^4} \right) \quad (47)$$

Na prática, ao invés de usar a equação dado pela Mecânica dos Sólidos, utiliza-se para o cálculo da inércia a torção da barra da grelha (48), uma relação desta entre a inércia a flexão.

$$J = n \cdot I \quad (48)$$

Alguns autores estudaram qual fator n a ser adotado na equação anterior, de modo a obter-se uma solução mais próxima da realidade. Por exemplo, Coelho (2000), que faz referência a valores de n variando entre 2 e 4. No presente trabalho, será adotado 2 como valor para n, segundo recomenda SILVA (2005).

$$J = 2 \cdot I \quad (49)$$

Partindo-se dos conceitos estudados até agora, a análise do pavimento do presente trabalho será feita utilizando a ferramenta computacional Eberick V8 Gold que utiliza a analogia de grelha para análise, dimensionamento e detalhamento dos pavimentos feitos nele.

3. ESTUDOS DESENVOLVIDOS

3.1 Pavimento Estudado

Para o estudo e análise do cálculo de lajes do presente TCC, foi escolhido o pavimento tipo 1 do projeto estrutural presente no tutorial do software Eberick. A escolha desse pavimento se fez pelo fato de existirem características geométricas e físicas importantes que tornam a análise dessas lajes não trivial. Por exemplo, há a presença de lajes com formato não retangular, vigas com altura relativamente pequena, lajes com continuidade menor que $2/3$ do apoio, laje em balanço, existência de cargas de parede diretamente apoiadas sobre algumas lajes. Além dessas características, outro fator importante para tal escolha foi que muitos projetistas que começam a trabalhar com o Eberick aprendem a sua utilização a partir do tutorial, ou seja, pretende-se com esse TCC mostrar métodos e maneiras de se analisar de forma adequada os resultados de análise das lajes provindos do Eberick.

Na figura 7 tem-se a forma do pavimento em estudo.

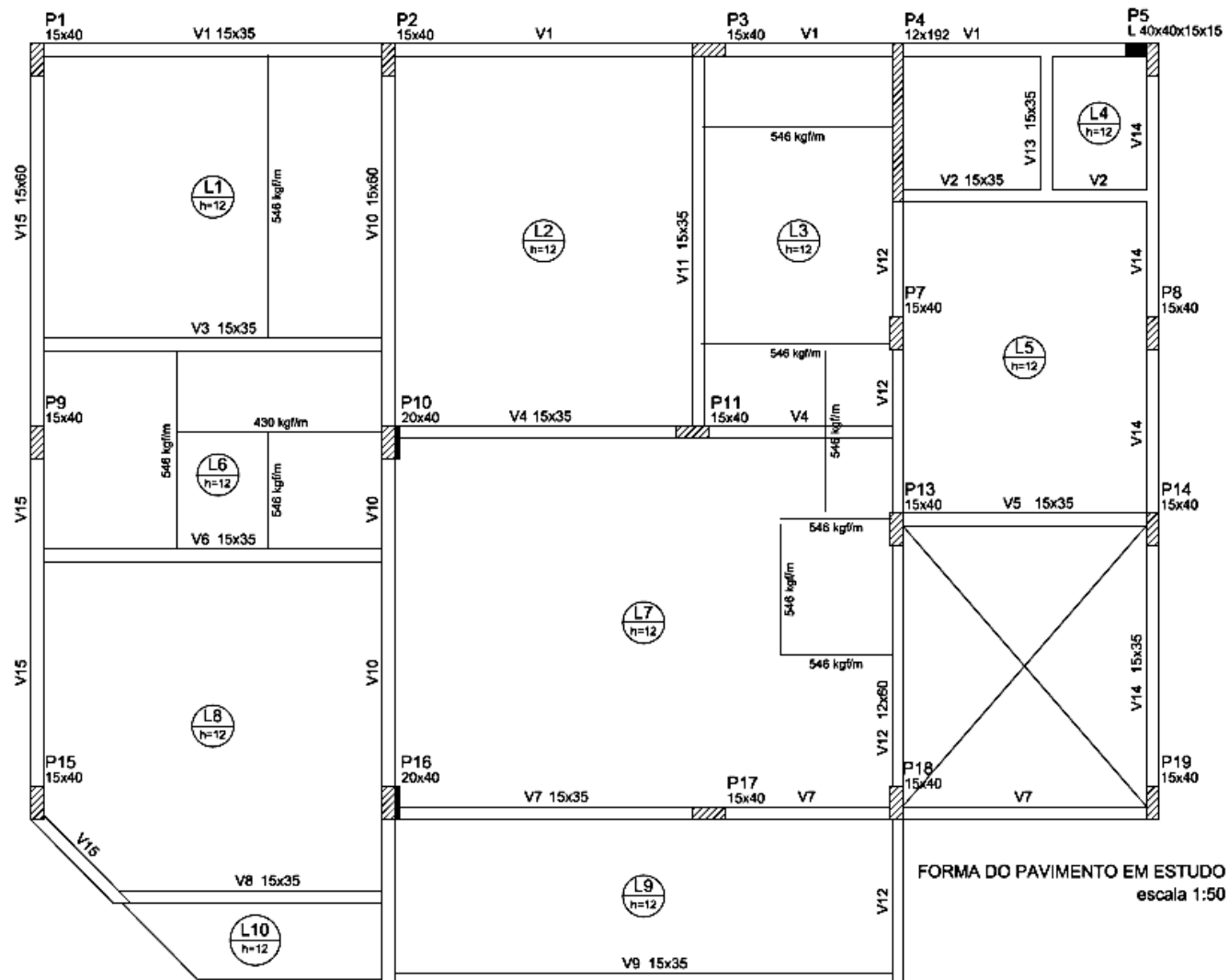


Figura 7: Forma do pavimento em estudo

Fonte: Desenvolvido pelo autor

3.2 Considerações do projeto

Para o projeto em estudo será considerada sua execução numa Zona Urbana com risco de deterioração pequeno e agressividade moderada, ou seja, classe II conforme a tabela 6.1 da NBR 6118:2014. Diante disso será utilizado um f_{ck} de 25 MPa e cobrimentos de 3 cm para pilares e vigas e 2,5 cm para as lajes. Entretanto, conforme a própria norma traz em seu item 7.4.7.4, é possível utilizar cobrimentos menores quando houver um controle adequado de qualidade e limites rígidos de tolerância das medidas durante a execução. Neste caso será reduzido em 5 mm os cobrimentos já citados, ficando-os em 2,5 e 2 cm respectivamente.

Diante de um f_{ck} 25 MPa temos um E_{ci} = 28000 MPa e um E_{cs} = 23800 MPa. Além disso, foi considerado um coeficiente de Poisson igual a 0,20 conforme orienta a mesma Norma.

Já o carregamento das lajes é apresentado na tabela 2.

Tabela 2: Cargas atuantes nas lajes em KN/m²

Cargas atuantes nas lajes						
Lajes	Peso Próprio (KN/m ²)	Revest. + Regul.	Carga de Parede	Carga Permanente	Carga Acidental	Carga Total
L1	3	1,5	1,24	5,74	2	7,74
L2	3	1,5	0	4,5	2	6,5
L3	3	1,5	2,72	7,22	2	9,22
L4	3	1,5	0	4,5	2	6,5
L5	3	1,5	0	4,5	2	6,5
L6	3	1,5	2,91	7,41	2	9,41
L7	3	1,5	1	5,5	2	7,5
L8	3	1,5	0	4,5	2	6,5
L9	3	1,5	0	4,5	2	6,5
L10	3	1,5	0	4,5	2	6,5

Fonte: Desenvolvido pelo autor

Para o procedimento manual as lajes com formato irregular foram consideradas como sendo retangulares, de modo que os maiores vãos permanecessem os mesmos.

3.3 Procedimento Clássico Manual – Modelo 1

O cálculo manual das lajes foi realizado através do uso das tabelas desenvolvidas por Bares e transcritas por Carvalho e Figueiredo Filho. Diante disso, seguem na tabela 3 e figura 8 os valores dos vãos efetivos e vinculações adotadas para as lajes, as quais possuem em todo o pavimento espessura de 12 cm.

Tabela 3: Vãos efetivos das lajes em cm

Vãos efetivos das lajes			
Laje	Lx	Ly	Ly/Lx
1	348	417	1,20
2	367	454,5	1,24
3	234	454,5	1,94
4	120,5	169	1,40
5	302	382,5	1,27
6	247	417	1,69
7	451,5	609	1,35
8	404,5	417	1,03
9	193,5	609	3,15
10	96	318,5	3,32

Fonte: Desenvolvido pelo autor

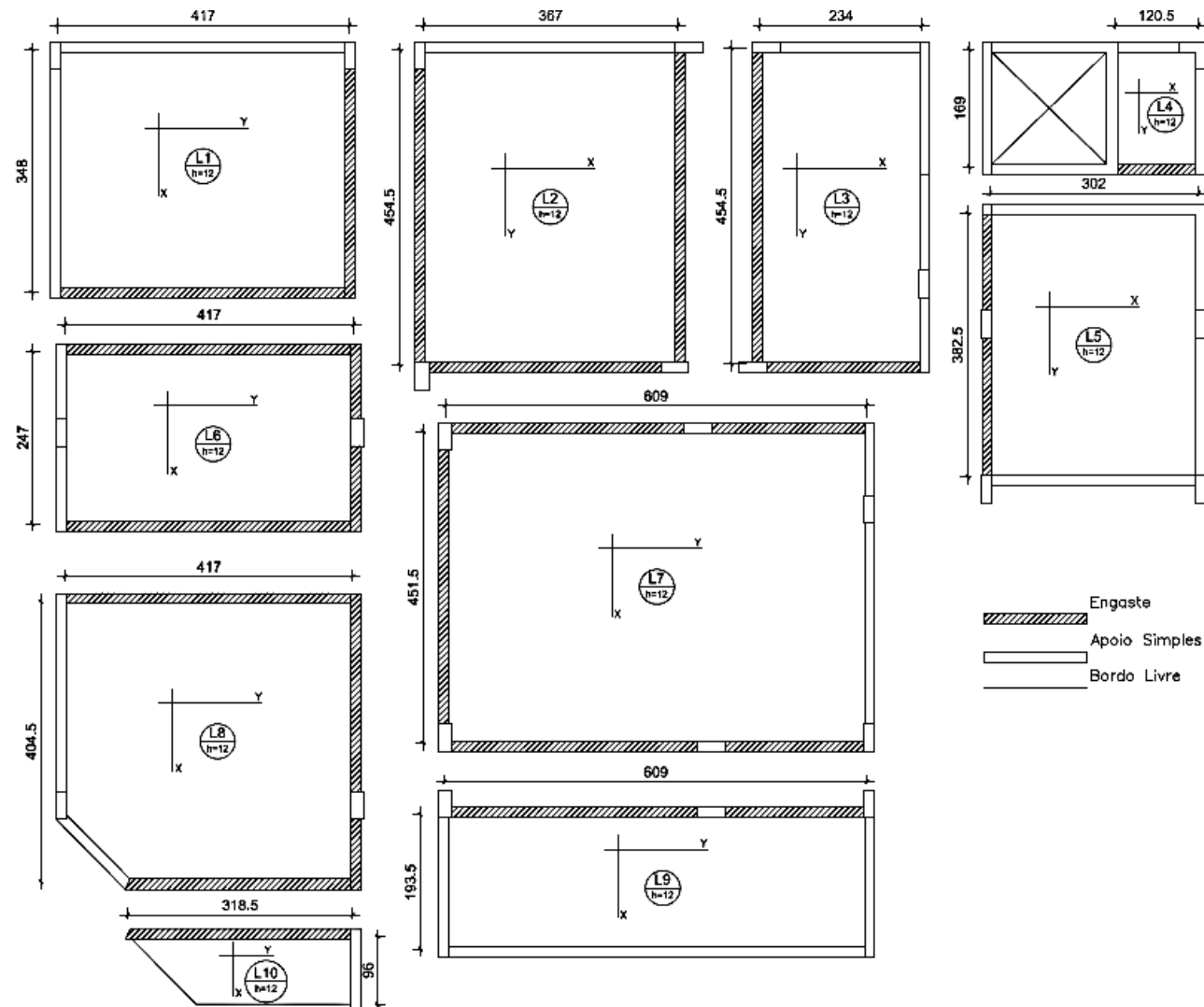


Figura 8: Vinculação e vãos efetivos das lajes em cm
Fonte: Desenvolvido pelo autor

Através da figura 8 é possível constatar que todas as lajes são armadas em duas direções exceto as lajes L9 e L10 que são armadas em uma direção, no caso no menor vão L_x .

Diante dos dados já estabelecidos, das teorias e procedimentos estudados, foi programada uma planilha de cálculo para lajes no programa computacional Excel. Essa tem por objetivo semi-automatizar o procedimento de cálculo manual, onde em algumas células entra-se com os valores geométricos das lajes, os carregamentos, os coeficientes advindos das tabelas (α e μ) e em outras se retira os valores calculados, sejam eles momentos fletores de serviço e últimos, flechas diferidas, momentos de fissuração, flechas devido ao carregamento accidental, flechas fissuradas caso o momento de fissuração seja menor que o momento de serviço, entre outros. Na figura 9 é apresentada uma parte da planilha onde se inserem dados referentes às lajes.

CÁLCULO DE LAJES SEGUNDO TABELAS MANUAIS			
Dados da laje		Flechas das lajes armadas em 2 direções	
Espessura (m):	0,12	Quisi 2	0,4
Massa específica (KN/m³):	25	P (KN/m²):	5,3
Menor vão L_x (m):	3,02	Escoramento > 70 meses	2
Maior vão L_y (m):	3,825	Escoramento 14 dias:	0,53
Fck concreto (MPa):	25	Alfa f	1,47
Lamida	1,27	Flecha imediata f_o (cm):	0,04
Alfa	3,34	Flecha diferida (cm):	0,09
E = Ecs (MPa):	23800		
Tempo de escoramento (dias)	14	Vibração na laje	
Taxa de armadura negativa	0	Fo(q):	0,01
Carregamento da laje:		Verificação de flechas e vibração:	
Peso próprio (KN/m²):	3		Aceitabilidade
Revestimento (KN/m²):	1,5	Limite máx. de flecha (cm):	1,21 ok
Carga accidental (KN/m²):	2	Limite máx. de vibração (cm):	0,86 ok
G (KN/m²):	4,5		
Q (KN/m²):	2	Momento de fissuração	

Figura 9: Parte de inserção dos dados da planilha desenvolvida

Fonte: Desenvolvido pelo autor

Tal planilha realiza o cálculo tanto de lajes uni quanto de bidirecionais.

Os valores de μ de cada laje para os vãos x e y inseridos estão na tabela 4.

Tabela 4: Coeficientes para o cálculo dos momentos máximos das lajes

Coeficiente para o cálculo dos momentos Máx.				
Laje	μx	$\mu x -$	μy	$\mu y +$
1	3,76	8,69	2,79	7,63
2	3,32	7,36	1,86	5,75
3	5,66	11,76	1,91	8,19
4	5,95	-	4,21	10,86
5	5,17	10,43	2,44	-
6	3,97	8,24	1,33	5,59
7	3,55	7,7	1,72	5,75
8	2,74	6,41	2,1	5,54
9	-	-	-	-
10	-	-	-	-

Fonte: Desenvolvido pelo autor

Através dos resultados de momentos fletores positivos e negativos últimos de cada laje foram criadas: uma planta de forma com estes valores (Figura 10) e outra com suas respectivas compatibilizações (Figura 11).

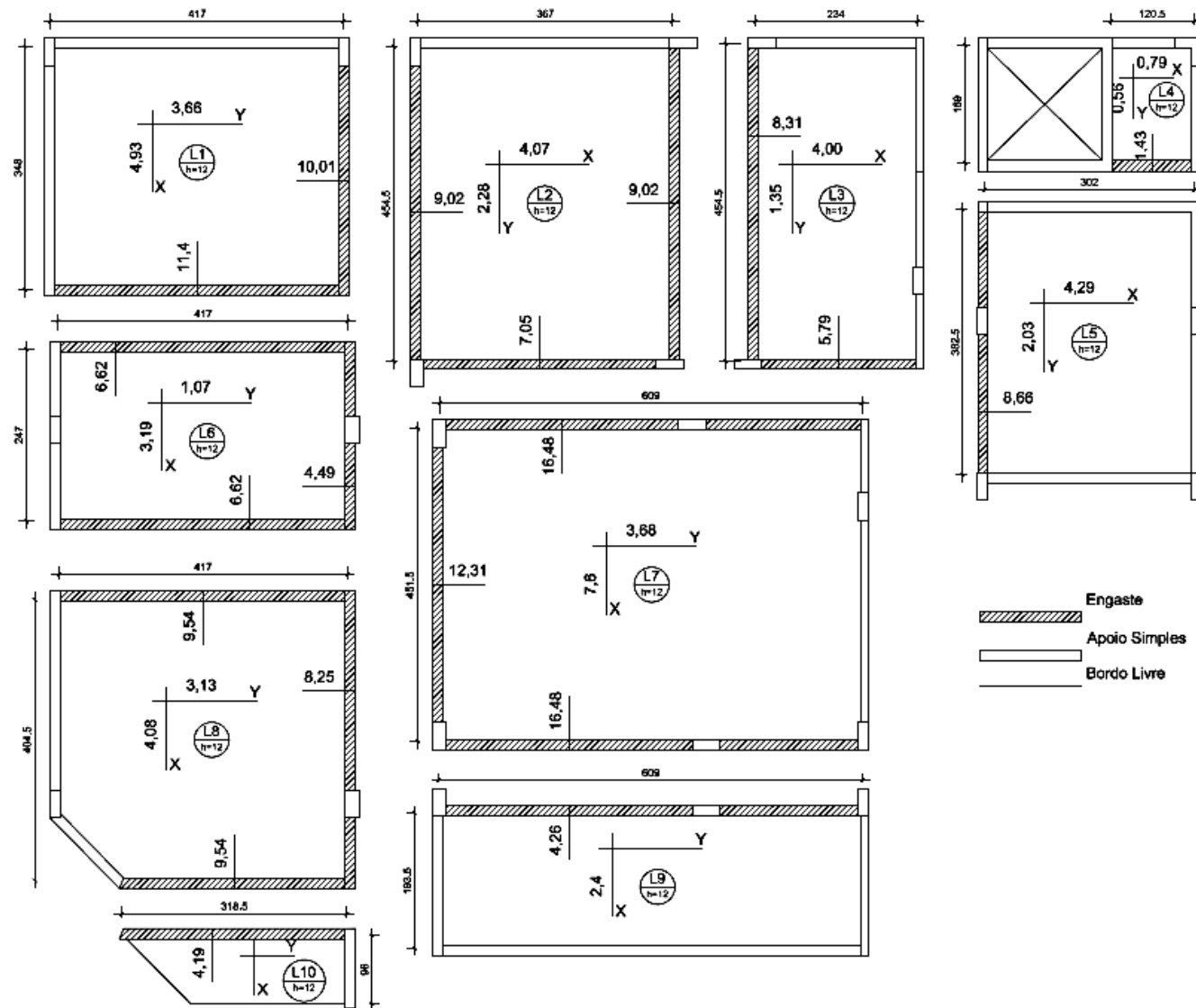


Figura 10: Momentos fletores de cálculo (KN.m/m) segundo procedimentos manuais

Fonte: Desenvolvido pelo autor

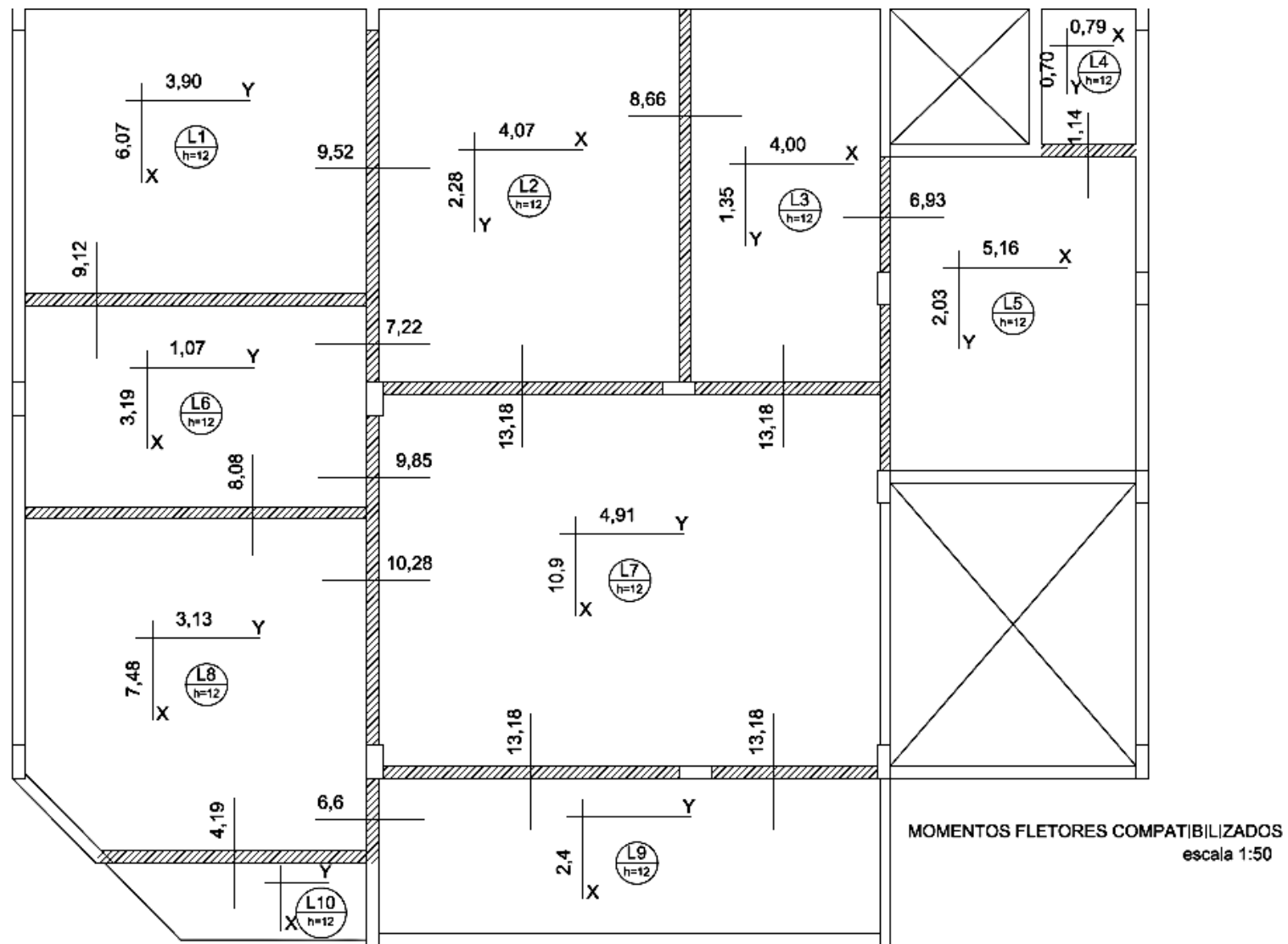


Figura 11: Momentos fletores manuais compatibilizados (KN.m/m)

Fonte: Desenvolvido pelo autor

[illegible]

Fonte: Desenvolvido pelo autor

Detalhamento					
Menor vão			Menor vão		
Bitola utilizada (cm)	0,63		Bitola utilizada (cm)	0,63	
Área de aço equivalente (cm²)	0,312		Área de aço equivalente (cm²)	0,312	
Número de barras	5,86		Número de barras	5,77	
Espaçamento (cm)	17,07	17	Espaçamento (cm)	17,32	17
Espaçamento (cm) menor que 20cm		20	Espaçamento (cm) menor que 20cm		20
Espaçamento (cm) menor que 2*h		24	Espaçamento (cm) menor que 2*h		24
Espaçamento mínimo utilizado (cm)		17	Espaçamento mínimo utilizado (cm)		17
Vão oposto livre (cm)	410		Vão oposto livre (cm)	766	
Quantidade total de barras	23,12	24	Quantidade total de barras	44,06	45
Comprimento da armadura (cm)	410,1	411	Comprimento da armadura (cm)	278,6	279
Maior vão			Maior vão		
Bitola utilizada (cm)	0,63		Bitola utilizada (cm)	0,63	
Área de aço equivalente (cm²)	0,312		Área de aço equivalente (cm²)	0,312	
Número de barras	3,87		Número de barras	2,89	
Espaçamento (cm)	25,85	25	Espaçamento (cm)	34,64	34
Espaçamento (cm) menor que 20cm		20	Espaçamento (cm) menor que 33 cm		33
Espaçamento (cm) menor que 2*h		24	Espaçamento mínimo utilizado (cm)		33

Fonte: Desenvolvido pelo autor

Com os valores do detalhamento foram confeccionadas as formas das armaduras positivas e negativas do pavimento em estudo.

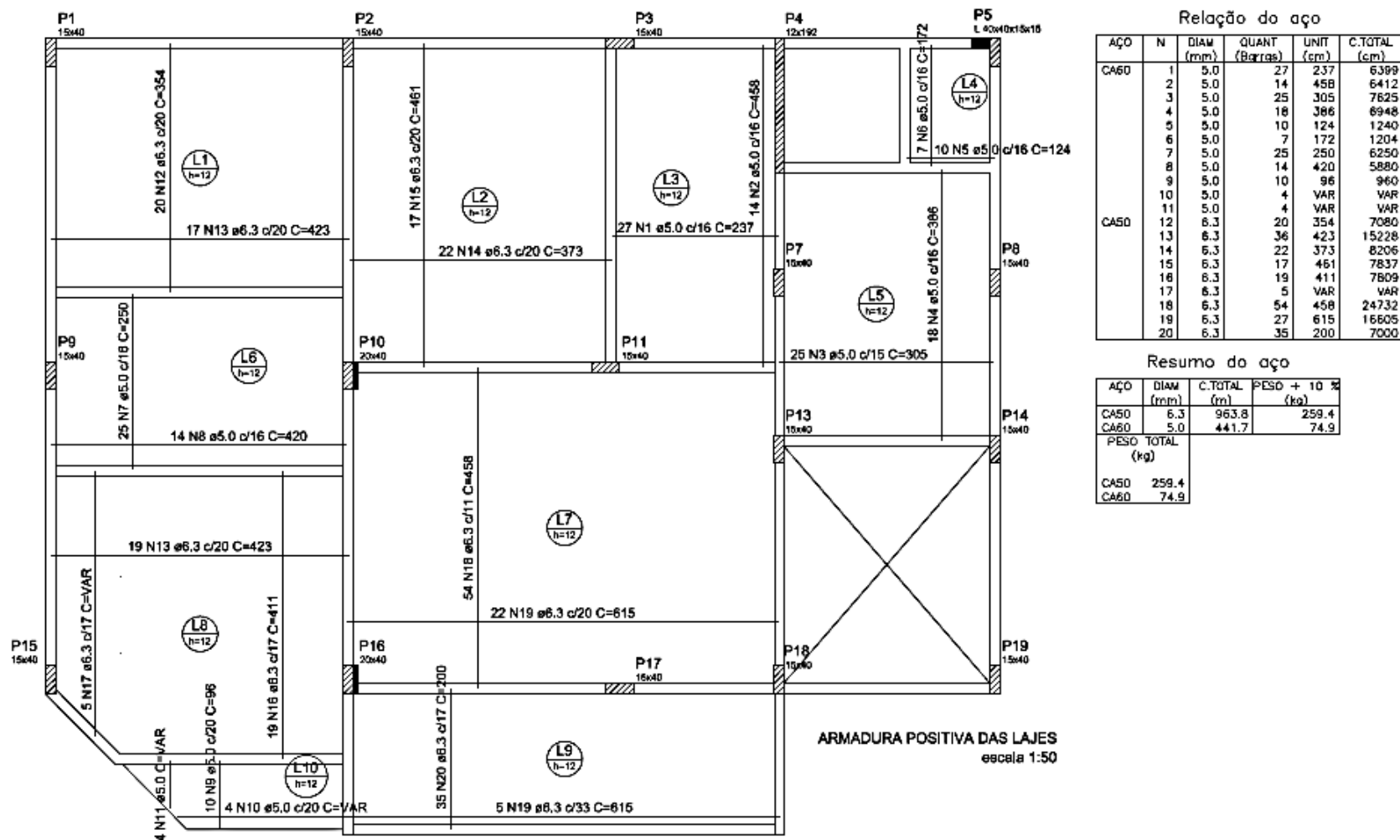


Figura 14: Detalhamento da armadura positiva das lajes segundo procedimentos manuais

Fonte: Desenvolvido pelo autor

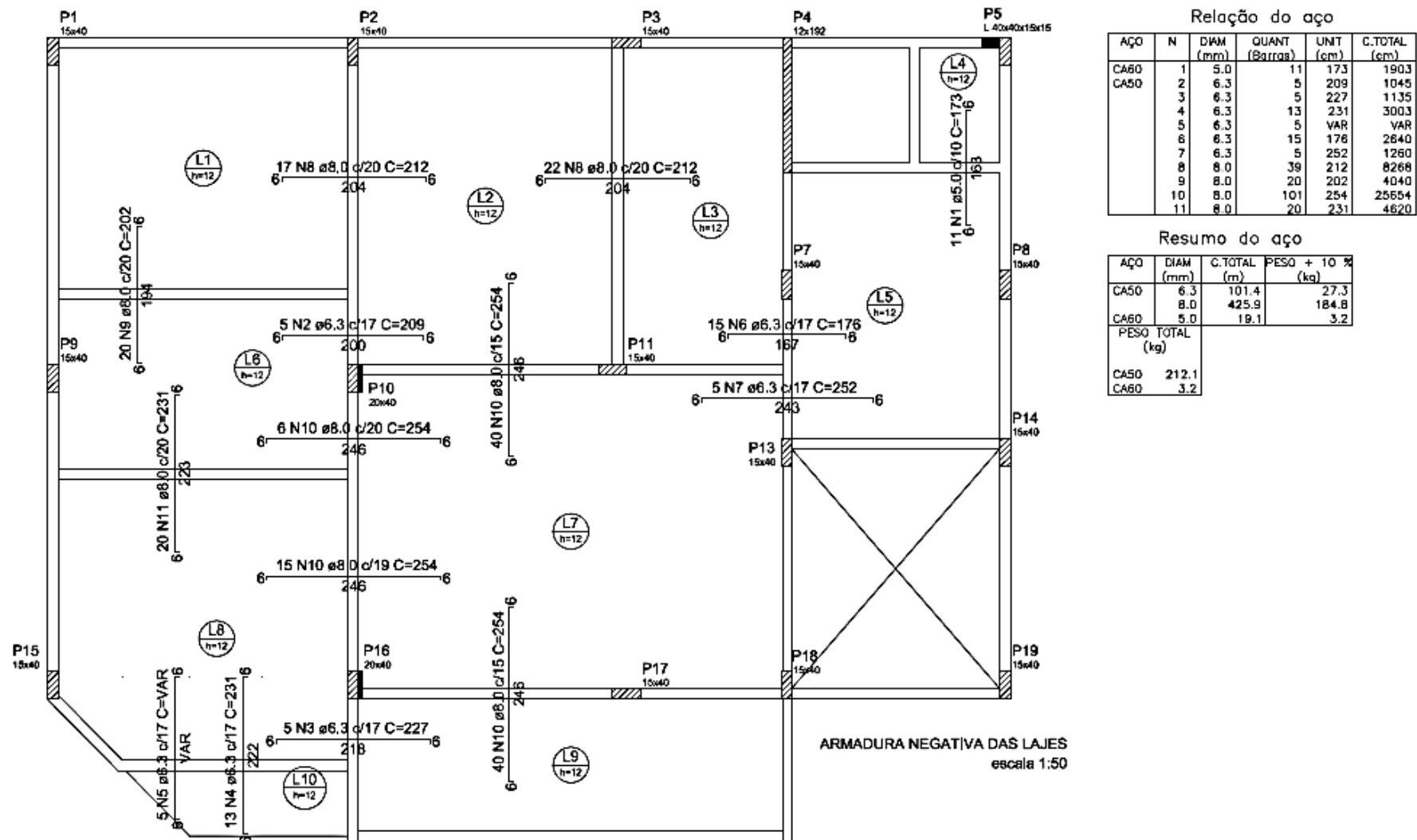


Figura 15: Detalhamento da armadura negativa das lajes segundo procedimentos manuais

Fonte: Desenvolvido pelo autor

A planilha também foi programada para verificar o estado limite de serviço – ELS. Sendo que ao fim do processo, foram criadas tabelas mostrando os valores de momento de serviço e fissuração, flechas imediatas e diferidas, flechas devido à carga accidental e flechas admissíveis.

Tabela 5: Verificação das flechas das lajes

Verificação ELS - deslocamentos (flechas)							
Lajes	Lx efet. (cm)	P serv (KN/m)	Mdx ser	M fiss.	Flecha im. (cm)	Flecha dif.(cm)	Flecha adm. (cm)
L1	348	6,54	2,98	9,23	0,08	0,19	1,39
L2	367	5,3	2,37	9,23	0,05	0,13	1,47
L3	234	8,02	2,49	9,23	0,03	0,08	0,94
L4	120,5	5,3	0,46	9,23	0	0	0,48
L5	302	5,3	2,5	9,23	0,05	0,11	1,21
L6	247	8,21	1,99	9,23	0,02	0,05	0,99
L7	451,5	6,3	4,56	9,23	0,16	0,39	1,81
L8	404,5	5,3	2,38	9,23	0,06	0,16	1,62
L9	193,5	5,3	1,4	9,23	0,01	0,03	0,77
L10	96	5,3	0,41	9,23	0,02	0,04	0,77

Fonte: Desenvolvido pelo autor

Tabela 6: Verificação da vibração

Verificação ELS - Vibração						
Lajes	Lx efet. (cm)	P serv (KN/m)	Q (KN/m)	Flecha im. (cm)	fo	F adm
L1	348	6,54	2	0,08	0,02	0,99
L2	367	5,3	2	0,05	0,02	1,05
L3	234	8,02	2	0,03	0,01	0,67
L4	120,5	5,3	2	0	0,00	0,34
L5	302	5,3	2	0,05	0,02	0,86
L6	247	8,21	2	0,02	0,00	0,71
L7	451,5	6,3	2	0,16	0,05	1,29
L8	404,5	5,3	2	0,06	0,02	1,16
L9	193,5	5,3	2	0,01	0,00	0,55
L10	96	5,3	2	0,02	0,01	0,27

Fonte: Desenvolvido pelo autor

Conforme pode ser visto nas tabelas 5 e 6, todas as lajes estão de acordo perante o Estado Limite de Serviço. Como também, todas possuem um momento de fissuração superior ao momento de serviço, de modo que possam ser consideradas no estágio I e consequentemente suas flechas imediatas calculadas com a inércia bruta da seção. Além disso, não foi considerado o efeito de compatibilização dos momentos negativos e respectivas rotações nos apoios, na determinação dos deslocamentos.

3.4 Análise Computacional

3.4.1 Software Eberick utilizado no estudo

O programa computacional AltoQi Eberick V8 Gold é um software destinado ao projeto de edificações em concreto armado usando as prescrições da NBR 6118:2014. Este programa realiza a análise, dimensionamento e detalhamento de peças estruturais em concreto armado. Com uma poderosa entrada gráfica, o projetista pode inserir no programa a arquitetura de seu projeto e em seguida realizar o lançamento dos elementos estruturais desejados, por exemplo, fundações, vigas, pilares e lajes.

Para o presente trabalho, será utilizado o projeto do tutorial do programa Eberick, sendo estudado em específico o pavimento Tipo 1. Abaixo na figura 16 tem-se uma visão do pórtico 3D do edifício em estudo:

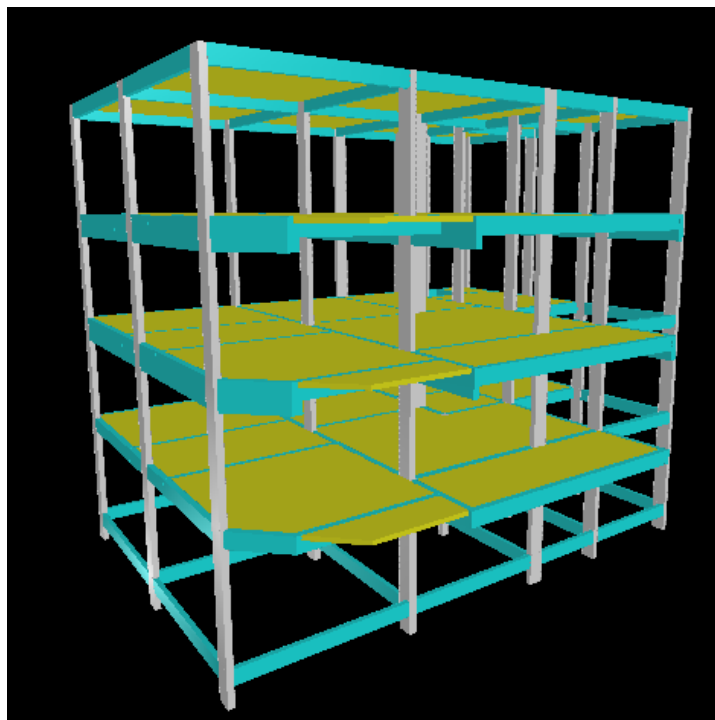


Figura 16: Pórtico 3D da estrutura em estudo
Fonte: Eberick V8 Gold

3.4.2 Configurações do Programa

O software Eberick apresenta uma gama de configurações que possibilitam ao usuário uma grande flexibilidade na modelagem de seu projeto. Estas configurações se referem à análise, às propriedades dos materiais, às combinações do ELU e ELS, às ações, ao detalhamento e outras etapas.

Quando se inicia um projeto nesse software é necessária a verificação de todas as configurações, visto que o programa adota inicialmente valores default para essas.

Para o estudo do pavimento do presente trabalho algumas configurações, já explicadas no cálculo de tabelas, foram adotadas conforme pode ser visto nas figuras **17** e **18** que apresentam as janelas “Materiais e durabilidade” e “Bítolas das lajes” acessadas através do menu “Configurações” do Eberick.

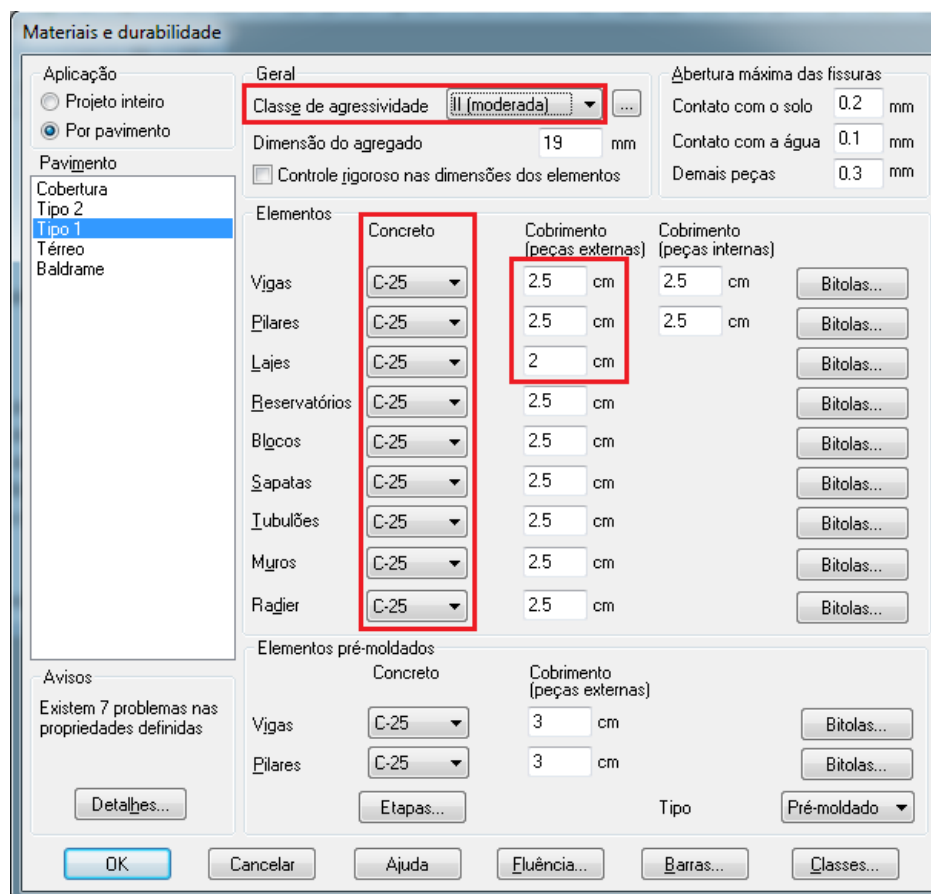


Figura 17: Janela "Materiais e Durabilidade" com valores utilizados nos modelos
Fonte: Eberick V8 Gold

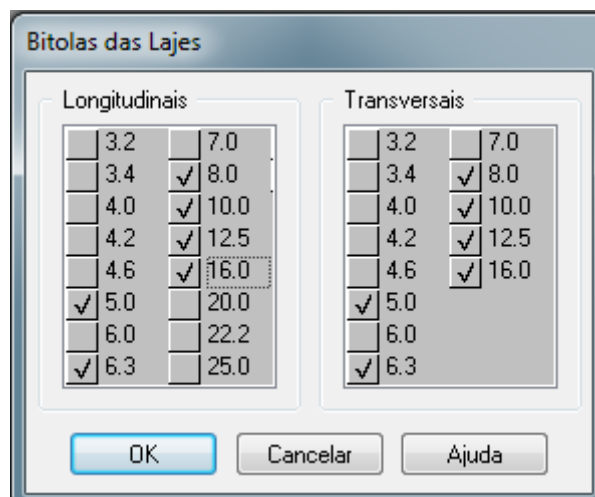


Figura 18: Janela "Bitolas das Lajes"
Fonte: Eberick V8 Gold

Definido as características dos materiais, podem-se alterar as configurações de análise estrutural. Nesta etapa será dada importância para as configurações de análise das lajes.

- ✓ Espaçamento das faixas da grelha da laje igual a 25 cm conforme orientação apresentada em SILVA (2005), visto que para este espaçamento os resultados da grelha representaram melhor o comportamento do pavimento.
- ✓ Redução na torção das lajes igual a 20%. Conforme estudado anteriormente, será considerada uma inércia à torção igual a duas vezes a inércia à flexão ($J = 2.I$). Como o programa Eberick utiliza na

análise de lajes a relação $J = 2.5 I$, se justifica neste momento a adoção de uma redução de 20 % na torção.

Para configurar estes dois últimos valores, basta acessar o menu “Configurações – Análise – Botão Painéis de lajes” conforme a figura 19.

Figura 19: Janela "Painéis de lajes"

Fonte: Eberick V8 Gold

Além das configurações acessíveis pelos usuários, serão alteradas algumas configurações internas do programa, com o objetivo de obter-se um processo mais adequado e próximo do cálculo simplificado por tabelas.

- ✓ Será adotada uma redução na torção das vigas de 99%, com o intuito de esforços fletores provindos das lajes não serem absorvidos pelas vigas de apoio.
- ✓ Será habilitado “Utilizar referência global na grelha” com o intuito de ter uma grelha continua entre as lajes, ou seja, que as barras entre as lajes coincidam em suas coordenadas.

Para alterar as configurações acima é necessário acessar o menu “?”, pressionar a tecla “shift” e clicar sobre o item “sobre”, onde será aberta a janela apresentada na figura 20.

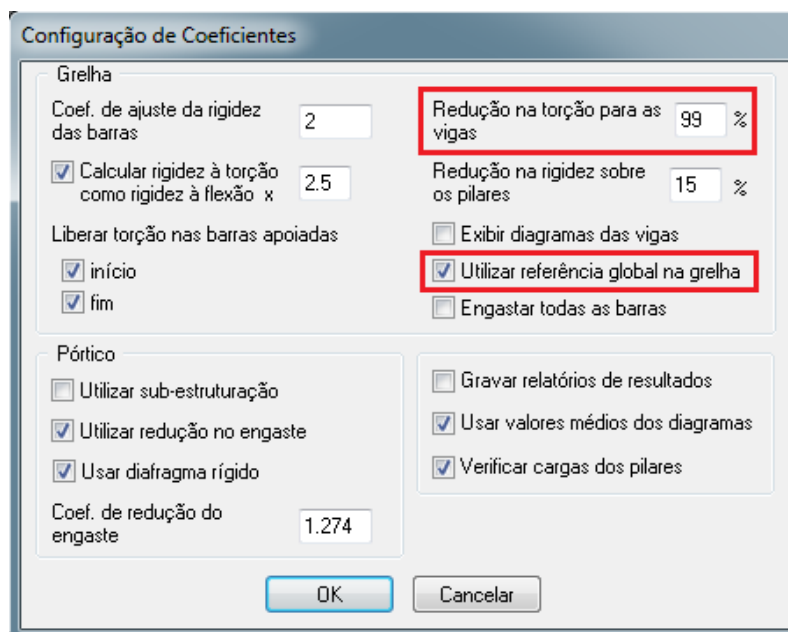


Figura 20: Janela "Configuração de Coeficientes"
Fonte: Eberick V8 Gold

Nas figuras 21 e 22 seguem um exemplo de malha descontínua e contínua:

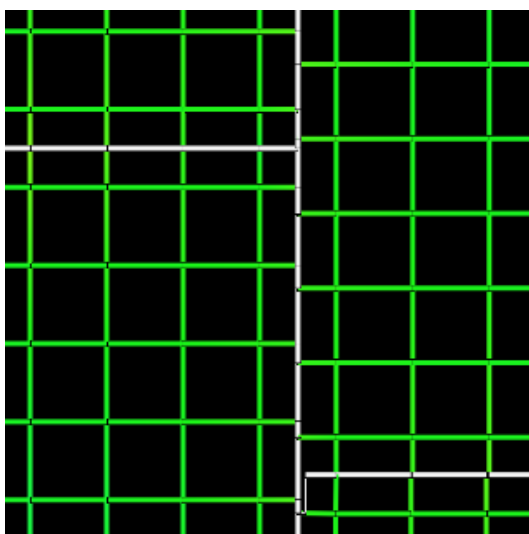


Figura 21: Malha da grelha descontínua
Fonte: Eberick V8 Gold

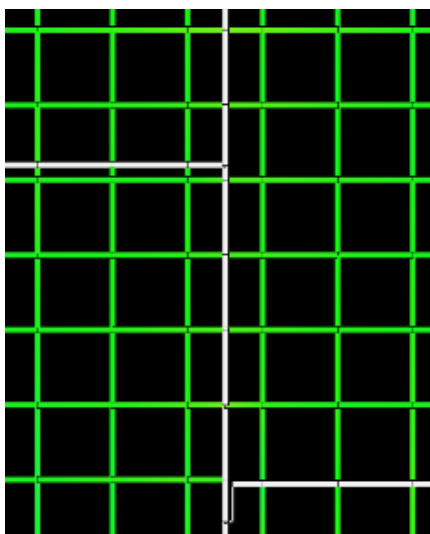


Figura 22: Malha da grelha contínua
Fonte: Eberick V8 Gold

3.4.3 Análise com apoios indeslocáveis – Modelo 2

Em um primeiro momento, será realizada a análise das lajes do pavimento em estudo considerando seus apoios indeslocáveis. Isto para que se possa chegar a valores de cálculo o mais próximo possível dos cálculos manuais. Para considerar apoios indeslocáveis, as vigas do pavimento inicial foram alteradas para vigas com altura de dois metros, ou seja, com elevada rigidez à flexão.

Além dos apoios indeslocáveis, vale a pena salientar que todas as lajes foram consideradas com continuidade em todos os trechos independente de vãos.

3.4.3.1 Resultado de dimensionamento e detalhamento

Após o processamento da estrutura pode-se acessar a janela de dimensionamento das lajes e verificar quais os valores de momentos fletores positivos e negativos máximos e mínimos dessas. Figura 23.

Lajes do Pavimento Tipo 1

	Nome	Mdx (kgf.m/m)	Mdy (kgf.m/m)	Treliça
1	L1	485.55	605.43	
2	L2	1271.53	240.75	
3	L3	1277.95	318.86	
4	L4	53.64	78.38	
5	L5	463.23	278.69	
6	L6	226.23	550.41	
7	L7	634.87	880.94	
8	L8	3265.54	1162.92	
9	L9	418.85	684.27	
10	L10	475.68	1378.98	
11				
12				
13				

Carga / Seção / Positivo / Continuidade / Regiões

Figura 23: Janela de dimensionamento das lajes

Fonte: Eberick V8 Gold

Além dos valores contidos na figura 23, pode-se verificar o valor dos momentos em cada barra da grelha acessando o menu “Lajes – Grelha 3D” e por fim clicando sobre a barra da grelha desejada.

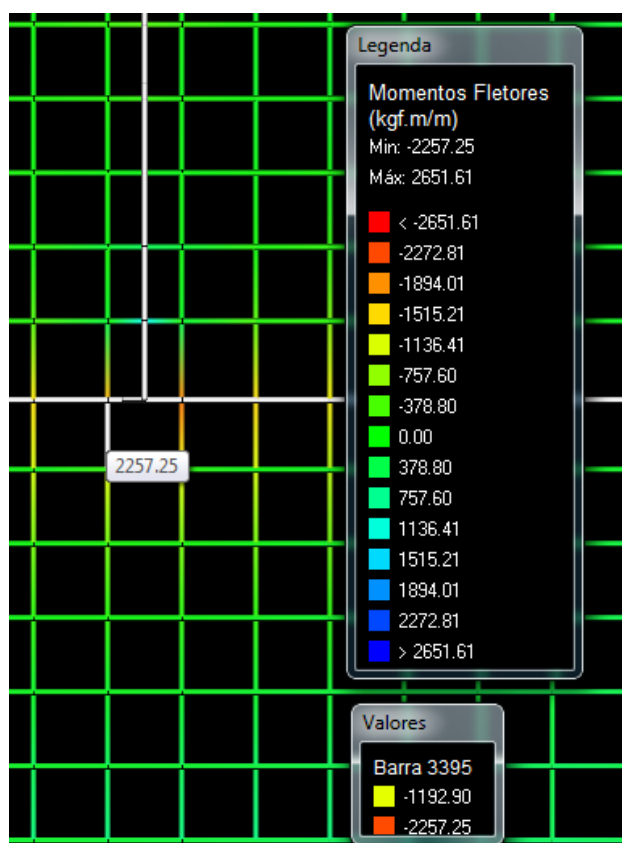


Figura 24: Valores de momentos fletores em cada barra da grelha

Fonte: Eberick V8 Gold

De modo a facilitar a comparação entre os momentos fletores de cálculo obtidos pelo método das tabelas e pelo Eberick, foram geradas as tabelas 7 e 8.

Tabela 7: Momentos fletores positivos máximos (KN.m/m) obtidos pelo procedimento manual e computacional

Momentos fletores positivos máximos				
	TABELAS		EBERICK	
Laje	Mdx	Mdy	Mdx	Mdy
1	6,07	3,9	6,05	4,86
2	4,07	2,28	12,72	2,41
3	4	1,35	12,78	3,19
4	0,79	0,7	0,54	0,78
5	5,16	2,03	4,63	2,79
6	3,19	1,07	5,5	2,26
7	10,09	4,91	8,81	6,35
8	4,08	3,13	11,63	32,67
9	2,4	-	6,84	4,19
10	-	-	13,79	4,76

Fonte: Desenvolvido pelo autor

Tabela 8: Momentos fletores negativos (KN.m/m) compatibilizados tanto manual quanto computacionalmente

Momentos fletores negativos, compatibilizados		
	TABELAS	EBERICK
Continuidade		
L1 - L2	9,52	11,53
L2 - L3	8,66	7,4
L3 - L5	6,93	10,14
L4 - L5	1,14	11,76
L6 - L2	7,22	5,71
L6 - L7	9,85	11,22
L7 - L5	6,93	3,25
L8 - L7	10,28	12,92
L8 - L9	6,6	16,04
L10 - L9	-	21,01
L1 - L6	9,12	5,7
L2 - L7	13,18	22,57
L3 - L7	13,18	20,62
L6 - L8	8,08	10,72
L7 - L9	13,18	15,46
L8 - L10	4,19	6,47

Fonte: Desenvolvido pelo autor

Comparando os resultados destas tabelas, pode-se verificar que os valores divergiram bastante uns dos outros. Basicamente estas diferenças ocorrem pelo fato da analogia de grelha apresentar picos de tensões próximos aos pilares e nos cantos onde as continuidades das lajes terminam.

A presença dos picos de concentração de esforços é bem visível na grelha 3D das lajes, figura 25.

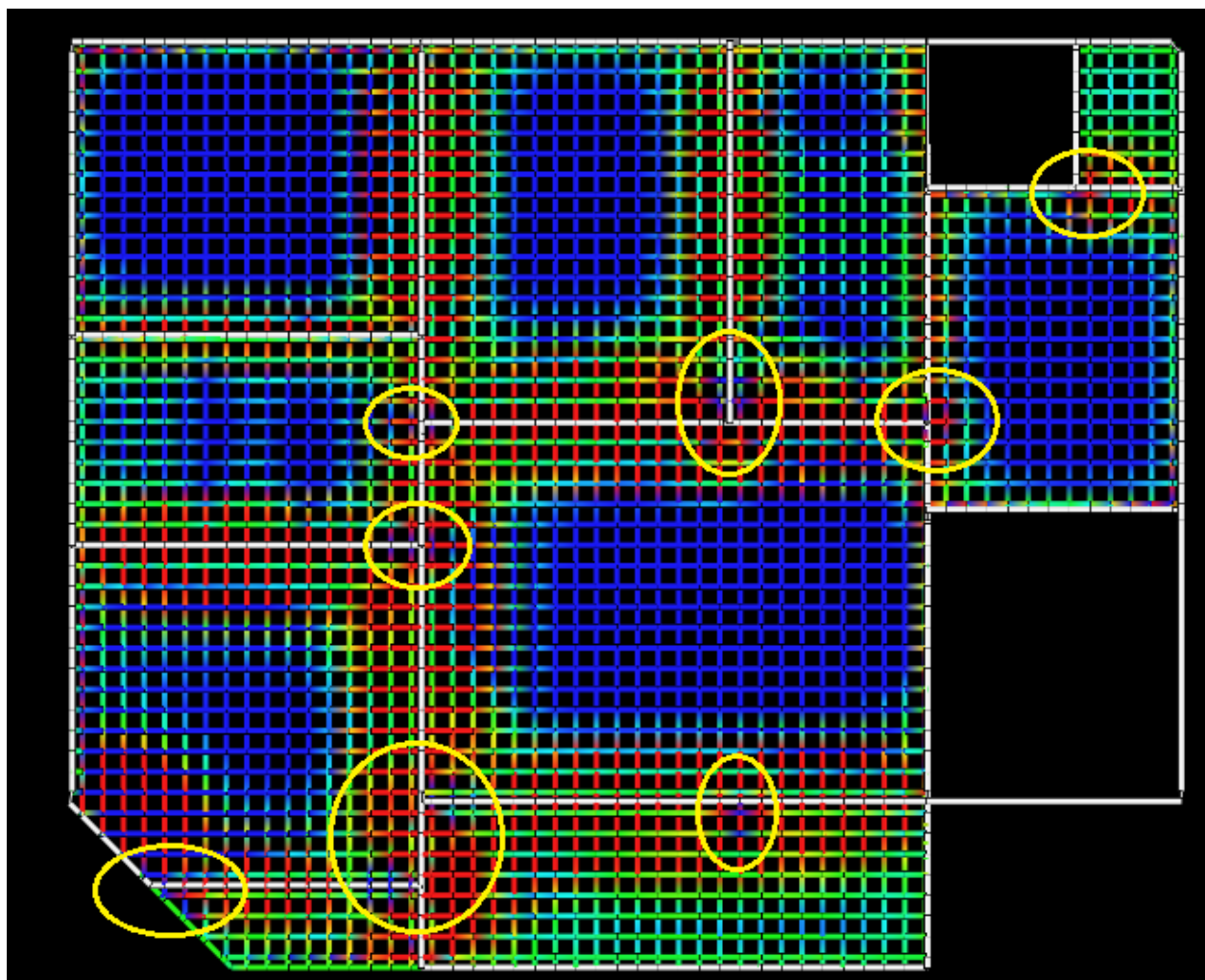


Figura 25: Grelha 3D e os picos concentração de esforços
Fonte: Eberick V8 Gold

Na imagem acima, as cores mais frias (tendendo ao azul) são os momentos positivos e as cores mais quentes (tendendo ao vermelho) são os momentos negativos.

Como se pode observar próximo aos pilares e cantos de lajes, há a presença de concentrações elevadas de momentos fletores positivos e negativos. Os picos juntos aos pilares, de uma maneira geral, ocorrem pelo fato do mesmo pertencer à uma região de mudança brusca do fluxo de tensões. Por exemplo, o gráfico 1 apresenta o comportamento dos momentos fletores sobre a viga V4.

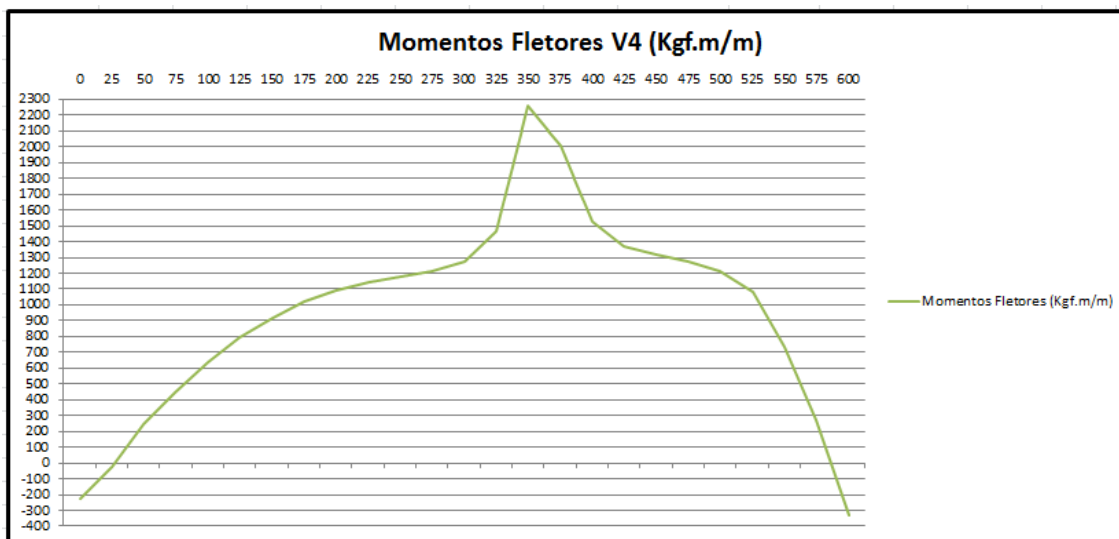


Gráfico 1: Momentos Fletores na continuidade - Viga V4
Fonte: Desenvolvido pelo autor

É importante salientar que na imagem os momentos negativos estão representados no eixo positivo das abcissas. Ou seja, apesar de na abcissa termos o valor positivo, no gráfico, o mesmo é negativo.

Pode-se verificar que o momento máximo negativo sobre essa viga está entre -2200 e -2300 Kgf.m/m. Este ponto se refere ao pilar P11. Na figura 26 tem-se a grelha próxima a este pilar.

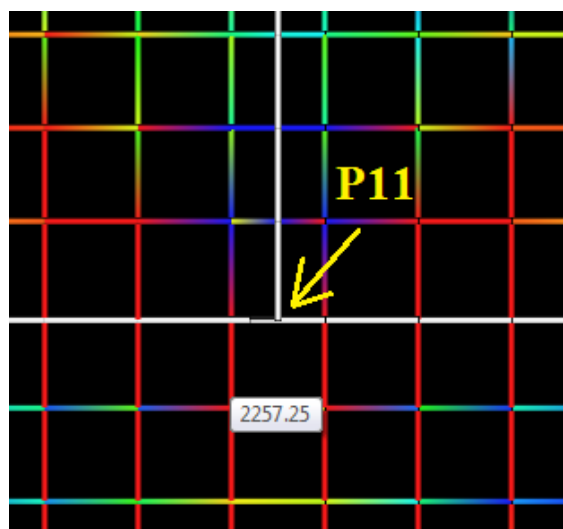


Figura 26: Pico de momento fletor (Kg.f.m/m) próximo ao pilar P11
Fonte: Eberick V8 Gold

Obs.: Para os resultados de momentos fletores obtidos pelo procedimento manual e apresentados em tabelas utilizou-se a unidade KN.m/m e para os apresentados pelo Eberick a unidade Kg.f.m/m.

Aproveitando a figura 26, pode-se observar a presença de momentos fletores positivos elevados (azul) nas duas lajes L2 e L3 adjacentes a laje maior L7. A presença destes momentos fletores positivos nestas duas lajes é consequência do deslocamento da laje L7 e de seus elevados momentos negativos sobre a região do pilar. Ou seja, à medida que a laje L7 se deforma surgem os momentos negativos os quais, devido à continuidade, são transmitidos para as lajes adjacentes L2 e L3. Este momento negativo tende a suspender as barras da grelha destas lajes ocasionando no surgimento dos referidos momentos positivos.

Como característica da analogia de grelha, além dos picos de concentrações nos pilares, tem-se a presença destes picos também nos cantos das lajes onde a continuidade das mesmas termina. Por exemplo, na figura 27 há um pico de momento fletor no canto da continuidade das lajes L4 e L5.

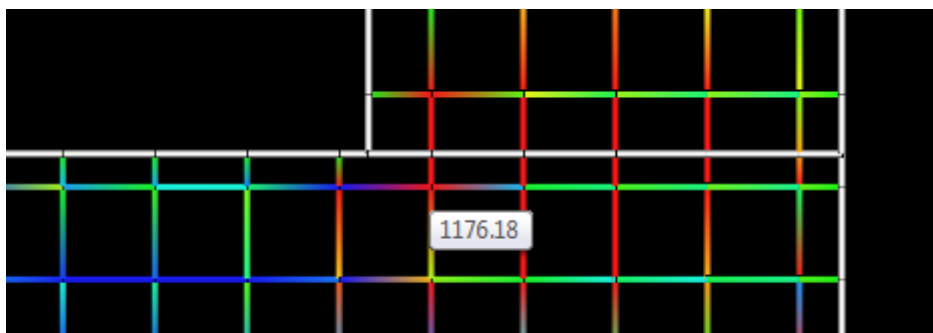


Figura 27: Pico de momento fletor (Kgf.m/m) na continuidade das lajes L4 e L5
Fonte: Eberick V8 Gold

Por ser uma região onde o momento fletor negativo existente na continuidade deixa de existir à esquerda da laje L5 ocorre então uma mudança brusca no comportamento das tensões e consequentemente um pico de concentração de esforços.

No gráfico 2 é possível visualizar o comportamento dos momentos da continuidade entre as lajes L4 e L5.

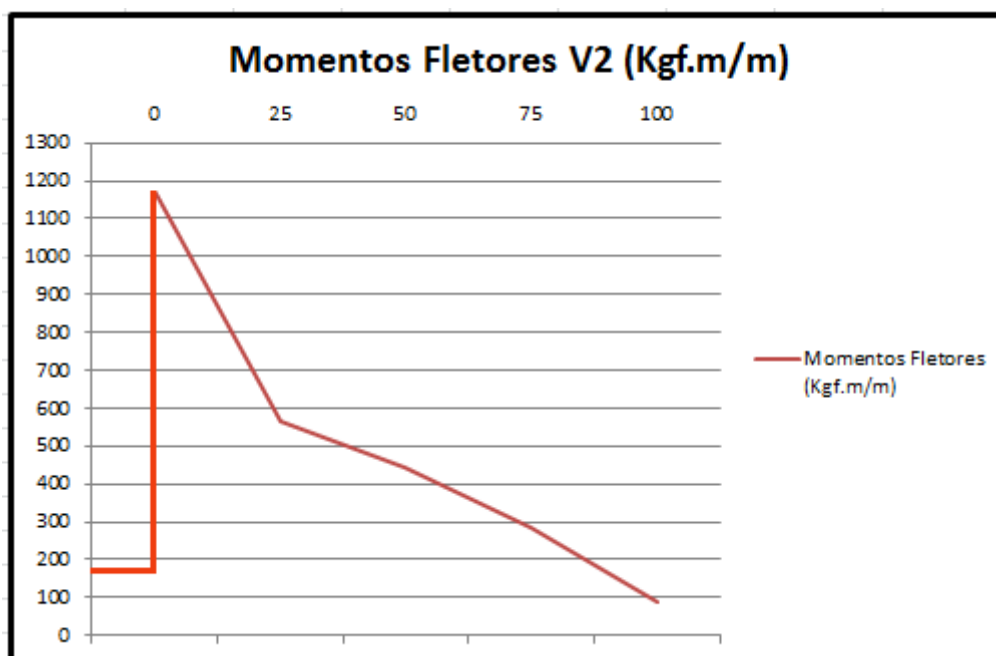


Gráfico 2: Momentos fletores da continuidade das lajes L4 e L5 sobre a viga V2
Fonte: Desenvolvido pelo autor

Pode-se verificar que no cálculo manual apenas a laje L4 foi considerada engastada na laje L5, enquanto a L5 foi considerada apoiada. Entretanto, como podemos ver no cálculo realizado pelo Eberick, há a presença de continuidade e a mesma precisa ser considerada para ambas as lajes.

A título de exemplo, foi realizado o cálculo manual das lajes L4 e L5 considerando a continuidade de ambas uma na outra. Com isto chegou-se aos seguintes valores de continuidade.

Tabela 9: Momento fletor (KN.m/m) da continuidade das lajes L4 e L5

Momentos fletores negativos, compatibilizados			
	TABELAS		EBERICK
Continuidade			
L4 - L5	5,15		11,76

Fonte: Desenvolvido pelo autor

Conforme a tabela **9** se pode verificar que o momento fletor negativo aumentou referente aos 1,14 anteriores, mesmo sendo um valor inferior ao apresentado pelo programa, visto que o mesmo apresentou uma concentração de momentos fletores maiores nesta região.

Para as demais lajes pode ser realizado o procedimento acima, ficando neste momento como sugestão de melhoria do método de cálculo por tabelas, a consideração de continuidade para todas as lajes. Sendo que para os momentos fletores positivos destas lajes, pode-se mantê-los visto que estará a favor da segurança.

Serão mostrados nas figuras **28** e **29** os detalhamentos das armaduras positivas e negativas das lajes com o modelo de apoios indesejáveis.

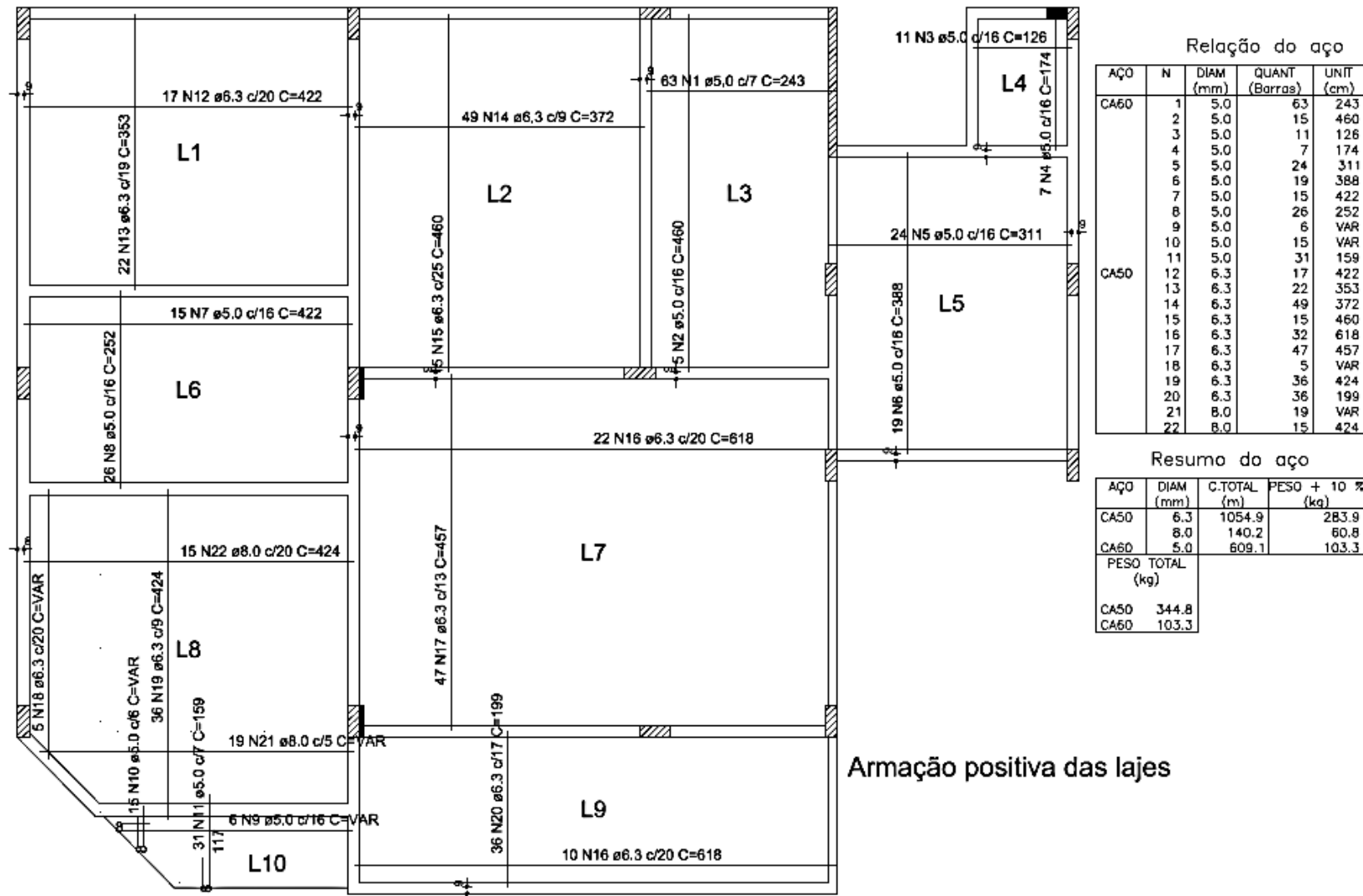


Figura 28: Detalhamento da armadura positiva das lajes com apoios indesejáveis – Eberick

Fonte: Eberick V8 Gold

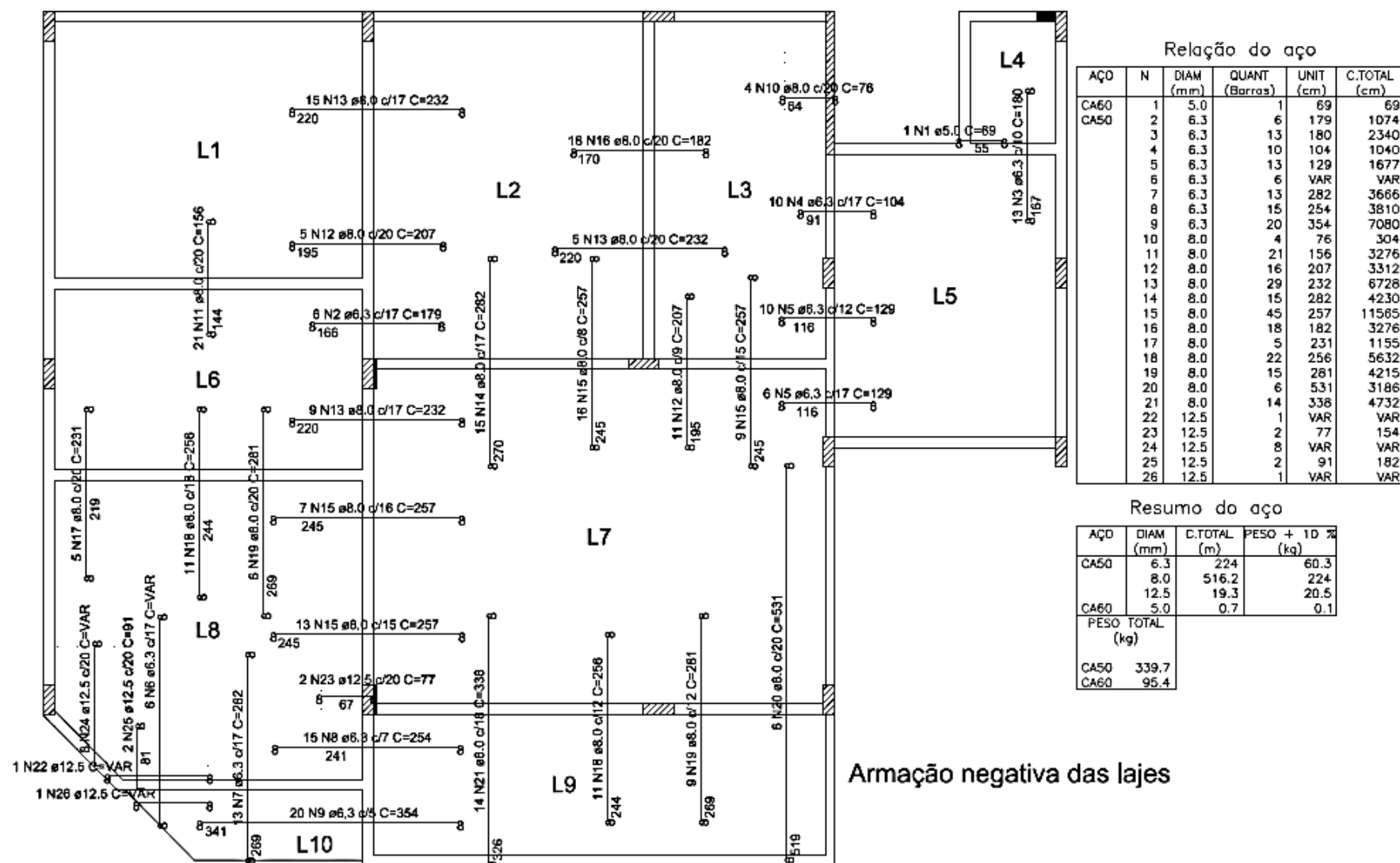


Figura 29: Detalhamento da armadura positiva das lajes com apoios indesejáveis – Eberick

Fonte: Eberick V8 Gold

Através do detalhamento realizado, foi possível verificar um maior consumo de aço devido à presença dos picos de concentração de esforços.

Tabela 10: Comparação do aço dos modelos 1 e 2

	Aço total (Kg)
Modelo 1	549,6
Modelo 2	883,2

Fonte: Desenvolvido pelo autor

3.4.3.2 Resultado de flechas Eberick

A verificação do estado limite de serviço de deformações excessivas utiliza as combinações de serviço quase permanentes. Além disso, deve-se utilizar a rigidez equivalente da peça, sendo esta calculada em função do momento de fissuração e do momento de serviço, conforme diz a NBR 6118:2014 e já comentado no cálculo das flechas manualmente.

O programa Eberick permite ao projetista informar os valores de configurações referente à fluência do concreto através do menu “Configurações – Materiais e durabilidade – Botão Fluência”.

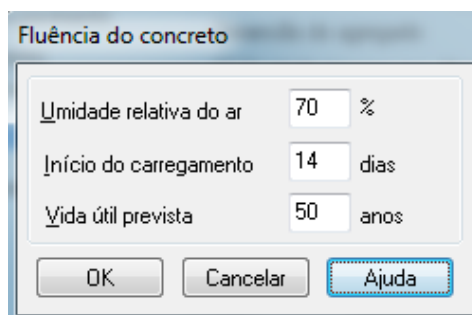


Figura 30: Janela "Fluência do concreto"

Fonte: Eberick V8 Gold

Além destas configurações, é possível configurar valores limites para as flechas de modo que caso a flecha diferida seja maior que o valor adotado, o programa gera uma aviso referente ao excesso de flecha. Nesse projeto será utilizado o limite de aceitabilidade sensorial da NBR 6118, ou melhor, $L/250$.

Para inserir tal limite, basta acessar o menu “Configurações – Dimensionamento – Aba Lajes – Botão Limites”.

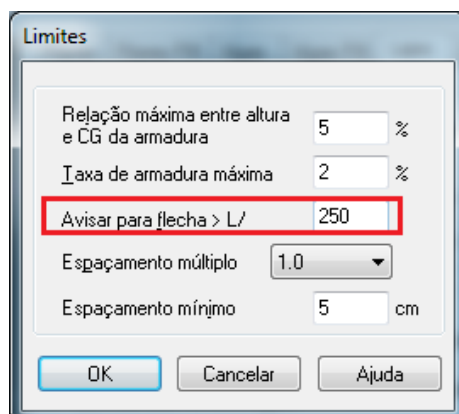


Figura 31: Janela "Limites"

Fonte: Eberick V8 Gold

Baseado nos valores configurados até então, foram calculadas através do Eberick as deformações das lajes.

Tabela 11: Deslocamentos (em cm) das lajes para o modelo de apoios indeslocáveis

Laje	Deslocamentos (Envoltória)				Erro estimado (%)
	Elásticos	Imediatos	Diferidos	Total	
L1	0.26	0.13	0.11	0.24	+0.03
L2	0.12	0.08	0.06	0.14	-0.05
L3	0.05	0.02	0.02	0.04	+0.05
L4	0.00	0.00	0.00	0.01	0.00
L5	0.14	0.07	0.05	0.12	-0.02
L6	0.09	0.03	0.03	0.07	-0.46
L7	0.44	0.26	0.23	0.49	-0.21
L8	0.65	0.45	0.44	0.89	-1.56
L9	0.06	0.04	0.04	0.07	-0.02
L10	0.67	0.46	0.45	0.91	-1.70

Fonte: Eberick V8 Gold

Conforme pode ser visto na tabela 11 o programa realiza o cálculo de três flechas, sendo estas:

- Flecha elástica – Para o cálculo dessa flecha é considerada a seção bruta do concreto (inércia não fissurada) em que os elementos possam ter as deformações específicas determinadas no estágio I. Entretanto, o programa considera uma redução na rigidez dos elementos de modo que os efeitos da retração e fluência do concreto possam ser levadas em consideração. Para considerar essa redução, basta acessar o menu “Configurações – Análise” e adotar o valor desejado no grupo “Não linearidade física”. Por exemplo, para o nosso modelo foi considerado um valor de 0,5 de E_{ci}/I_c da rigidez das lajes, com isso as flechas elásticas das lajes são majoradas em duas vezes. Entretanto, este tipo de flecha não vale para nenhuma análise de flecha, apenas para a obtenção dos esforços da grelha e do pórtico.
- Flechas imediatas – Já para o cálculo desta flecha é considerada a fissuração do concreto conforme já explicado no cálculo manual.
- Flechas diferidas ou totais – Trata-se da flecha imediata considerando-se a fluência do concreto. Ou seja, é calculado o deslocamento diferido em função da flecha imediata e em seguida somado do deslocamento imediato. Por exemplo, na tabela 11 a laje L1 apresenta um deslocamento imediato e diferido de 0,13 e 0,11 cm respectivamente, sendo que sua soma gera uma flecha diferida (total) de 0,25 cm.

Comparando os valores da tabela 11 com os valores obtidos pelo cálculo manual, é possível verificar um ligeiro aumento no valor das flechas totais da maioria das lajes. Esse aumento pode ser justificado pelo fato das lajes calculadas pelo programa considerarem a rotação dos apoios, com isto em alguns panos de lajes podem haver o aumento e em outros a diminuição das flechas.

3.4.4 Plastificação das lajes – Modelo 3

Como visto até agora, o maior problema apresentado pelo programa Eberick é a presença de elevados picos de concentração de esforços em determinadas regiões. Para tentar minimizar estes picos, será adotada a plastificação dos apoios das lajes.

O cálculo realizado pelo software Eberick pode apresentar ao longo da laje picos de esforços, seja pela geometria, seja pelas vinculações ou até mesmo por cantos mais rígidos, como por exemplo, nas ligações com pilares. Nesses casos, pode-se realizar uma análise não-linear da grelha adotando a plastificação nos apoios das lajes através de inclusão de rótulas plásticas.

O intuito de se aplicar tais rótulas plásticas é de se redistribuir os picos de esforços, por exemplo, de momentos às barras da grelha adjacentes.

O programa Eberick permite ao usuário do programa a aplicação de plastificação nos apoios das lajes, sendo esta calculada em função da taxa de armadura da laje. Por exemplo, acessando o menu “Configurações – Análise – Botão Painéis de lajes”, no item “Grelha não linear” o projetista poderá configurar:

- Redistribuição máxima: esta configuração tem como objetivo limitar a redistribuição de momentos fletores, ou seja, a diferença entre o momento fletor elástico e o momento de plastificação adotado sobre o apoio não pode ser superior que a taxa de redistribuição máxima adotada multiplicada pelo momento fletor elástico.
- Aplicar para taxas de armadura maiores que: o momento plástico será adotado para as barras cujas taxas de armadura calculada sejam maiores que a taxa informada. Entretanto, caso a diferença entre o momento plástico calculado e o momento elástico seja maior que a redistribuição máxima, o programa adotará como momento plástico o momento elástico multiplicado por $(1 - \text{a redistribuição máxima})$.
- Número máximo de iterações: trata-se do número máximo de iterações que o programa fará no processo não linear.

Figura 32: Janela “Painéis de lajes”

Fonte: Eberick V8 Gold

Após configurar os valores desejados, o projetista pode aplicar a plastificação nas lajes através do menu “Elementos – Lajes – Aplicar plastificação nos apoios”, sendo que em seguida é necessário selecionar as lajes desejadas. Por fim basta processar a estrutura novamente para obter os resultados não lineares para as lajes.

Cabe informar que devem ser estudadas quais taxas de redistribuição máxima podem ser adotadas com segurança nas lajes, além disto, deve ser feito um estudo da taxa de armadura máxima a ser adotada, pois dependendo da espessura da laje e dos momentos fletores sobre a continuidade, pode-se obter resultados não adequados com a análise não-linear.

Por exemplo, suponha-se que os momentos de continuidade entre duas lajes adjacentes de 12 cm de espessura girem em torno de no mínimo 1000 Kgf.m/m, chegando a alguns pontos a 2200 Kgf.m/m. Neste momento o projetista sem conhecimento do uso da plastificação adota uma “Redistribuição máxima” de 50 % para uma “Taxa de armadura informada” de 0,1 %. Entretanto, para 0,1% de armadura, o momento plástico é de 495.03 Kgf.m/m e o momento plástico mínimo que poderá ser adotado é de 500 Kgf.m/m que é maior que 495.03 Kgf.m/m. Além disso, à medida que as barras da grelha vão sofrendo plastificação, as barras adjacentes a elas vão sendo mais solicitadas e assim por diante, entretanto, como a taxa de armadura adotada inicialmente para esta situação é baixa, todas as barras da grelha podem estar sofrendo plastificação, fazendo com que o processo não apresente convergência. Por tanto, cabe ao projetista analisar

quantitativamente os momentos elásticos sobre os apoios e adotar taxas de armadura condizentes com o modelo e com a plastificação configurada.

Conforme pode ser visto na figura 32, será considerada uma redistribuição máxima de 50 % para taxas de armadura variadas para cada apoio, em um total máximo de 30 iterações para todas as continuidades dos modelos em estudo.

O programa Eberick também permite que o projetista adote valores de plastificação diferentes para cada apoio de uma mesma laje, bastando para isso executar um duplo clique com o mouse sobre o apoio (viga) desejado, clicar no botão “Modelo”, habilitar o item “Utilizar análise com plastificação dos apoios”, desabilitar o item “Adotar limites configurados” e configurar os valores de plastificação desejados para o determinado apoio conforme a figura 33.

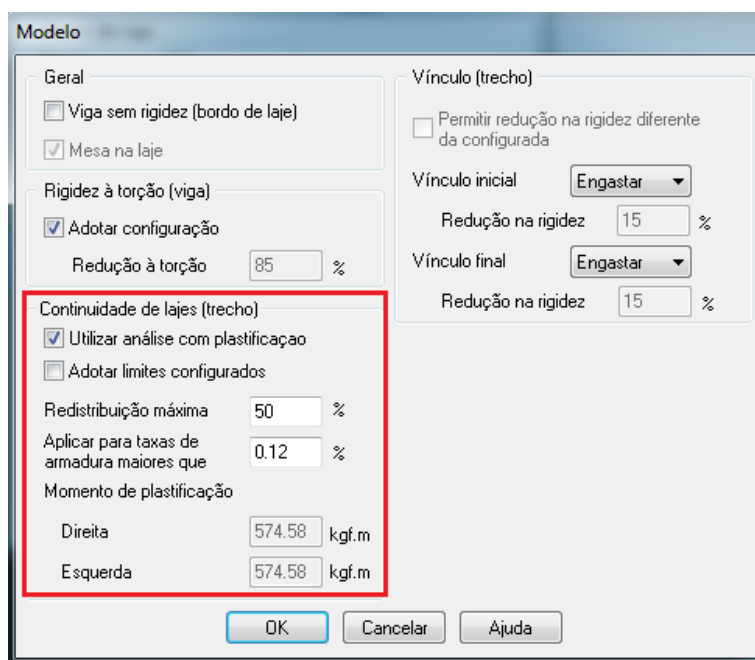


Figura 33: Janela "Modelo"

Fonte: Eberick V8 Gold

Após uma prévia análise dos momentos fletores elásticos existentes sobre os apoios e depois de vários testes de processamento, chegou-se aos seguintes valores de taxa de armadura para as continuidades conforme a tabela 12. A grande variação das taxas de armaduras adotadas se deve pela presença de picos de momentos fletores negativos elásticos variados.

Tabela 12: Continuidades e suas respectivas taxas de armadura para plastificação

Continuidades e suas respectivas taxas de armadura	
Continuidade	Taxa de armadura (%)
L1 - L2	0,2
L2 - L3	0,12
L3 - L5	0,045
L4 - L5	0,09
L6 - L2	0,06
L6 - L7	0,11
L7 - L5	0,08
L8 - L7	0,2
L8 - L9	0,2
L10 - L9	0,2
L1 - L6	0,1
L2 - L7	0,2
L3 - L7	0,2
L6 - L8	0,2
L7 - L9	0,2
L8 - L10	0,07

Fonte: Desenvolvido pelo autor

Após o processamento final, pode-se verificar que a redistribuição de esforços foi satisfatória, como por exemplo, o momento fletor 2257.25 Kgf.m/m que antes existia próximo ao pilar P11 passou para a metade 1128.54 Kgf.m/m, ocorrendo a redistribuição de 50% conforme configurado.

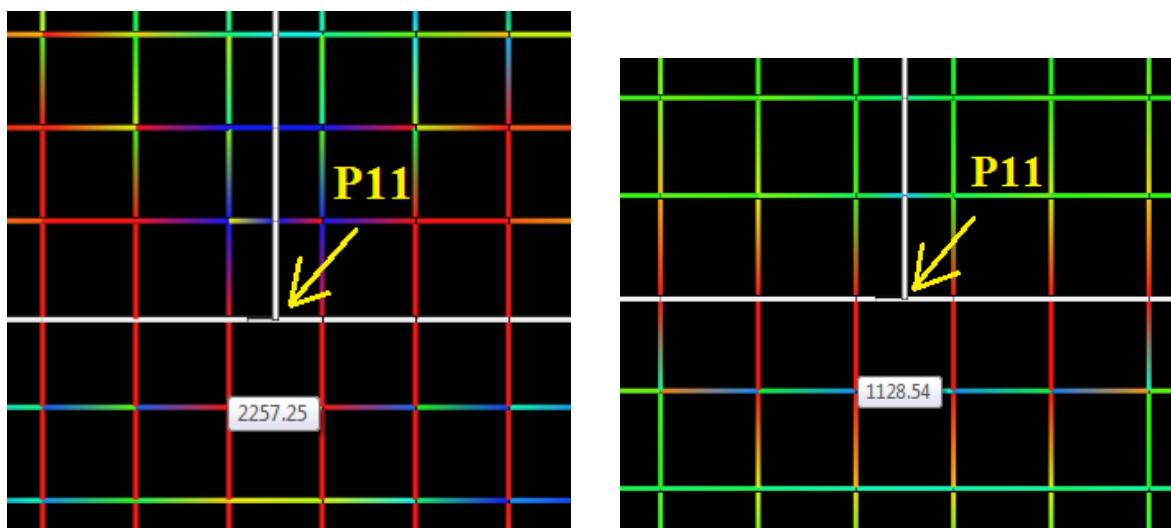


Figura 34: Comparação dos picos de momentos fletores próximos ao pilar P11 antes e após a plastificação
Fonte: Eberick V8 Gold

O resultado da plastificação na ligação das lajes L2 e L3 com a L7 é apresentado no gráfico 3 que mostra o ótimo resultado alcançado.

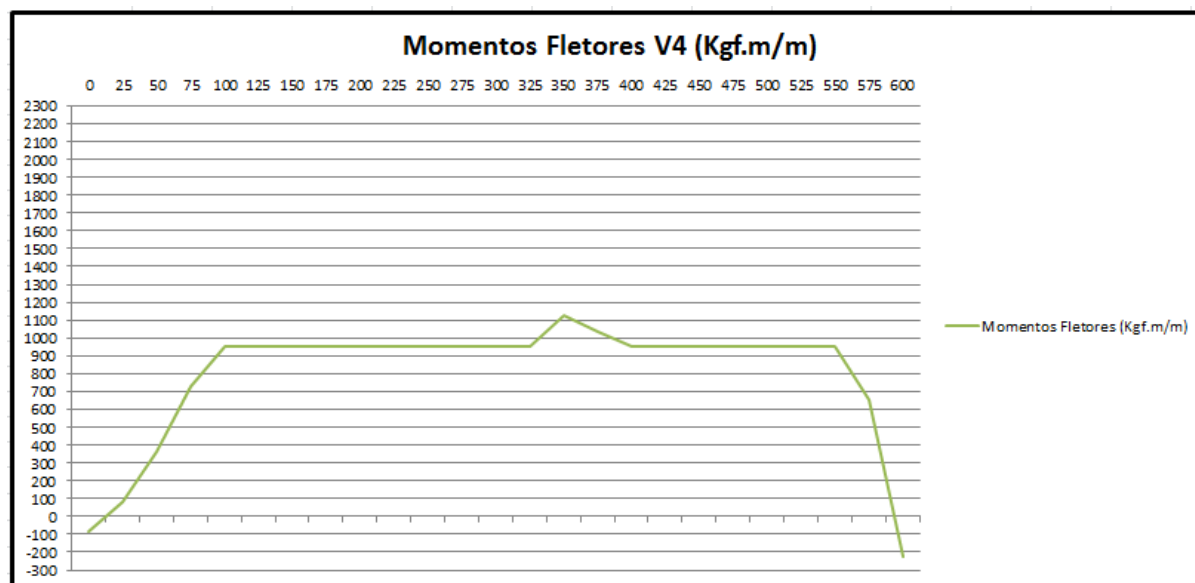


Gráfico 3: Momentos das continuidades entre as lajes L2 - L7 e L3 - L7 após a plastificação
Fonte: Desenvolvido pelo autor

Além dos momentos resultantes da Análise por grelha não linear, o projetista pode verificar a porcentagem de redistribuição de cada barra da grelha, bastando para isto acessar o menu “Lajes – Grelha 3D” e alterar o modelo para “Modelo não linear – Redistribuição”.

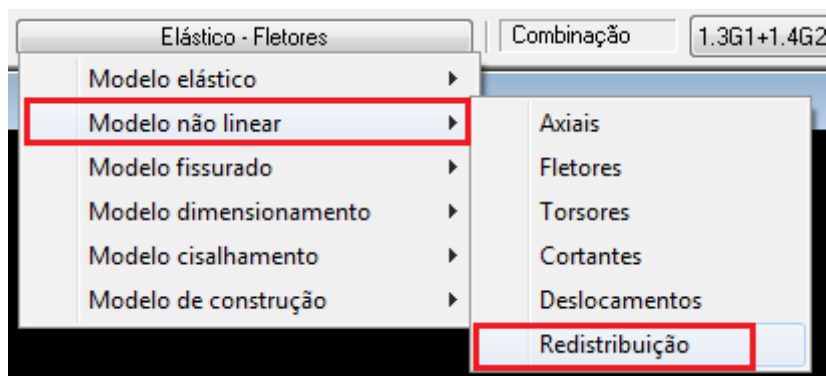


Figura 35: Janela da Grelha – Modelo não linear – Redistribuição
Fonte: Eberick V8 Gold

Para o pavimento em estudo a figura 36 mostra a porcentagem da redistribuição.

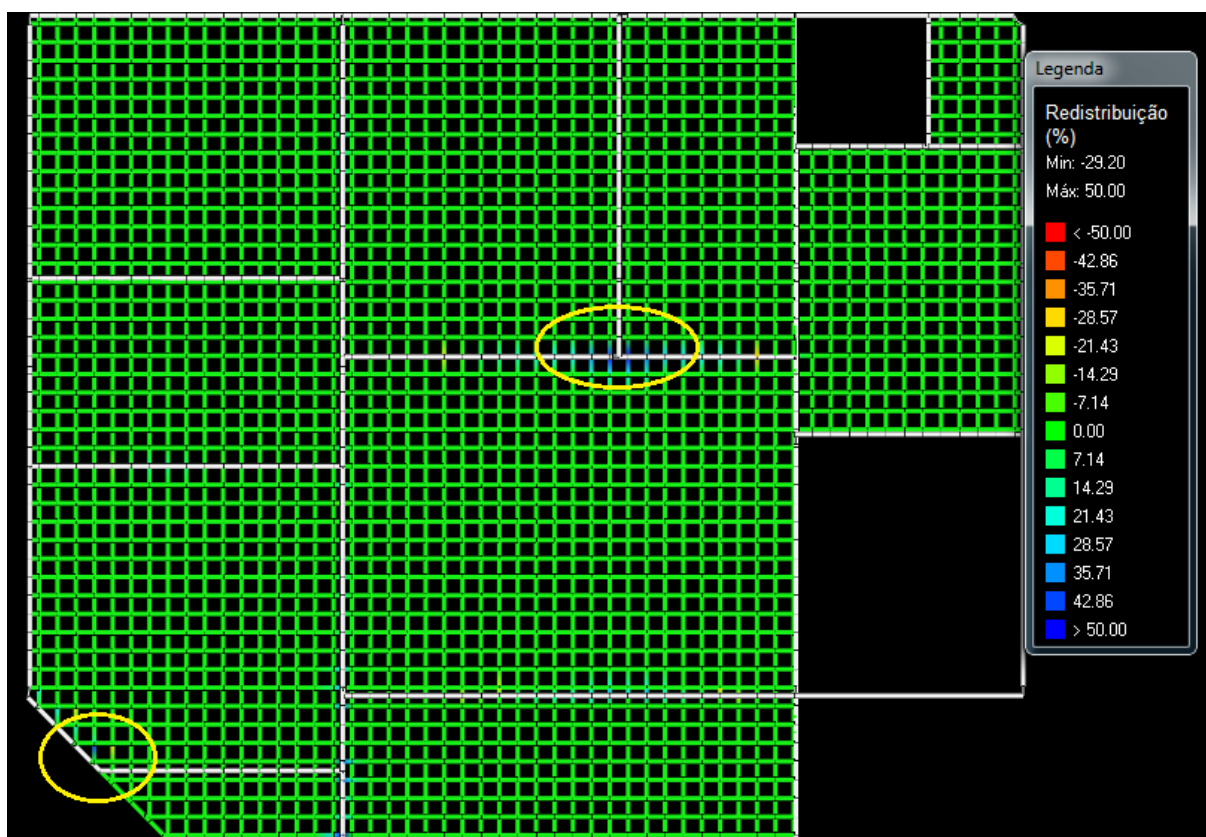


Figura 36: Grelha com a % de redistribuição de momentos das barras
Fonte: Eberick V8 Gold

Baseadas na redistribuição encontrada foram montadas tabelas apresentando os momentos fletores máximos positivos e negativos das lajes em questão.

Tabela 13: Momentos fletores positivos máximos (KN.m/m) dos três modelos estudados

Momentos fletores positivos máximos						
	TABELAS		EBERICK		EBERICK + Plast	
Laje	Mdx	Mdy	Mdx	Mdy	Mdx	Mdy
1	6,07	3,9	6,05	4,86	6,18	4,93
2	4,07	2,28	12,72	2,41	4,71	2,37
3	4	1,35	12,78	3,19	4,69	2,28
4	0,79	0,7	0,54	0,78	0,61	0,75
5	5,16	2,03	4,63	2,79	4,76	2,74
6	3,19	1,07	5,5	2,26	5,55	2,23
7	10,09	4,91	8,81	6,35	9,55	7,44
8	4,08	3,13	11,63	32,67	7,34	32,42
9	2,4	-	6,84	4,19	3,64	1,77
10	-	-	13,79	4,76	8,44	3,37

Fonte: Desenvolvido pelo autor

Tabela 14: Momentos fletores negativos (KN.m/m) compatibilizados dos três modelos estudados

Momentos fletores negativos, compatibilizados			
	TABELAS	EBERICK	EBERICK + Plast
Continuidade			
L1 - L2	9,52	11,53	9,56
L2 - L3	8,66	7,4	5,4
L3 - L5	6,93	10,14	5,07
L4 - L5	1,14	11,76	5,75
L6 - L2	7,22	5,71	2,85
L6 - L7	9,85	11,22	5,61
L7 - L5	6,93	3,25	2,6
L8 - L7	10,28	12,92	9,56
L8 - L9	6,6	16,04	9,56
L10 - L9	-	21,01	10,51
L1 - L6	9,12	5,7	5,01
L2 - L7	13,18	22,57	11,28
L3 - L7	13,18	20,62	10,31
L6 - L8	8,08	10,72	9,56
L7 - L9	13,18	15,46	9,81
L8 - L10	4,19	6,47	3,33

Fonte: Desenvolvido pelo autor

Como se pode verificar na tabela 14 a plastificação apresentou ótimos resultados na redistribuição de tensões sobre as continuidades.

Ao observar a tabela 13 uma peculiaridade do modelo criado é que na laje L8 continuou a presença de momentos fletores positivos elevados mesmo após a utilização de plastificação. Entretanto, no método manual (cálculo por tabelas), não houve a presença de momentos tão elevados.

A diferença significativa dos momentos fletores positivos no eixo X e Y entre o método manual e o método de grelha para a laje L8 se dá pelo fato dos apoios desta laje não serem tão indeslocáveis quanto se imaginava.

3.4.4.1 Efeito da deformação dos apoios da Laje L8 – Modelo 4

Na analogia de grelha a deformação dos apoios das lajes é incluída na resolução, diferente das soluções por tabelas, nas quais os apoios são considerados indeslocáveis.

Em pavimentos de edifícios os apoios das lajes são flexíveis, alterando-se assim o comportamento dos esforços das lajes, os seus deslocamentos e até mesmo a reação das lajes sobre as vigas.

Por exemplo, uma viga que divide duas lajes e possui uma deformação considerável, pode não estar funcionando como um apoio efetivo e sim como uma nervura da laje. Nesse caso vai-se ter um exemplo nítido de distribuição de esforços divergentes dos métodos de tabelas.

Um efeito importante de deformação dos apoios foi verificado na laje L8 do pavimento deste trabalho. A viga V15 em seu trecho em balanço, na medida em que a laje e viga V8 se apoiam nela, começa a se deslocar. Entretanto o deslocamento vertical depende da flexão do pilar P15 na direção de menor inércia, já que a resistência à torção das vigas foi desprezada no modelo.

Porém, conforme pode ser visto na figura 37, o pilar P15 não possui rigidez suficiente para tornar válida a hipótese de apoios pouco deslocáveis.

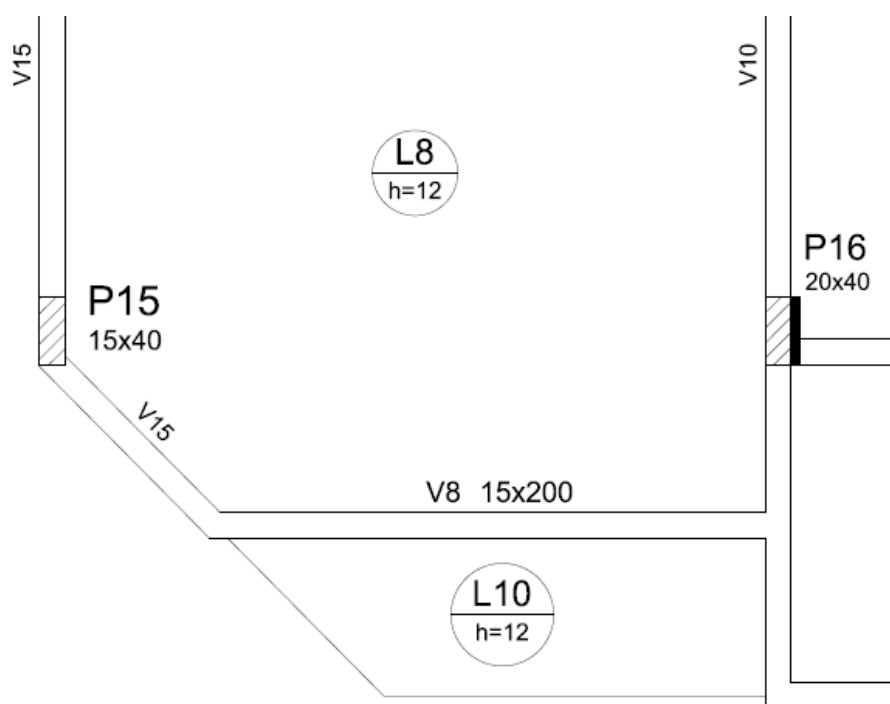


Figura 37: Canto da forma do pavimento

Fonte: Desenvolvido pelo autor

Com o intuito de torna a viga V15 menos deslocável, será aumentada a inércia do pilar P15 alterando-se a sua seção de 15x40 para 50x50 conforme mostra a figura 38.

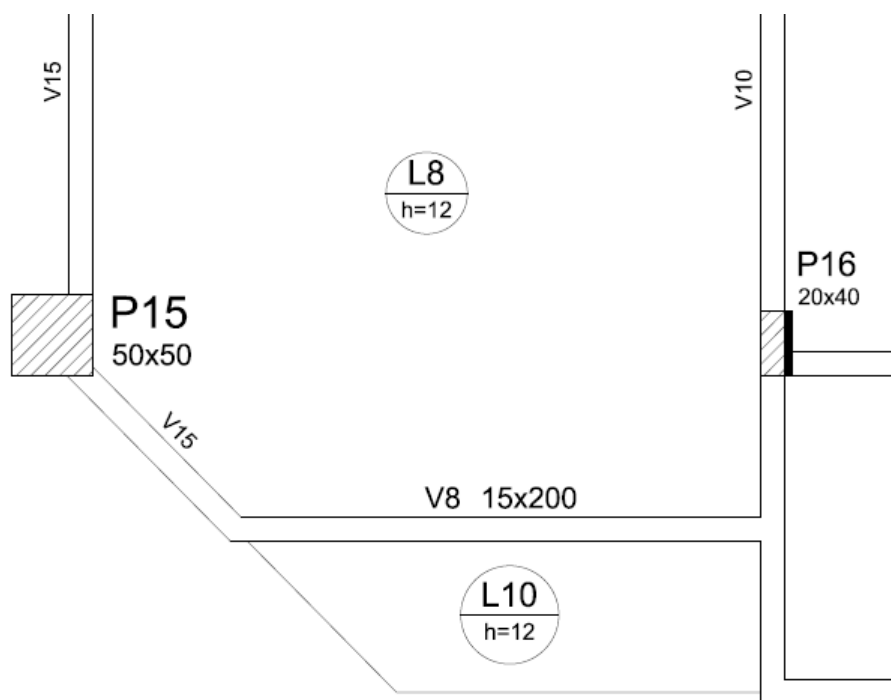


Figura 38: Canto da forma do pavimento - P15 seção 50x50
Fonte: Desenvolvido pelo autor

Após esta alteração foi reprocessada a estrutura com o intuito de se obter os novos momentos fletores positivos da laje L8, sendo estes:

- $M_{dx} = 6,35 \text{ KN.m/m}$.
- $M_{dy} = 5,50 \text{ KN.m/m}$.

Como se pode verificar, os valores dos momentos fletores positivos da laje L8 diminuíram muito, ficando mais próximos dos valores do cálculo manual.

Para facilitar a comparação dos resultados, segue nas figuras 39 e 40 os detalhamentos e deslocamentos das lajes considerando a plastificação e o aumento da rigidez do pilar P15.

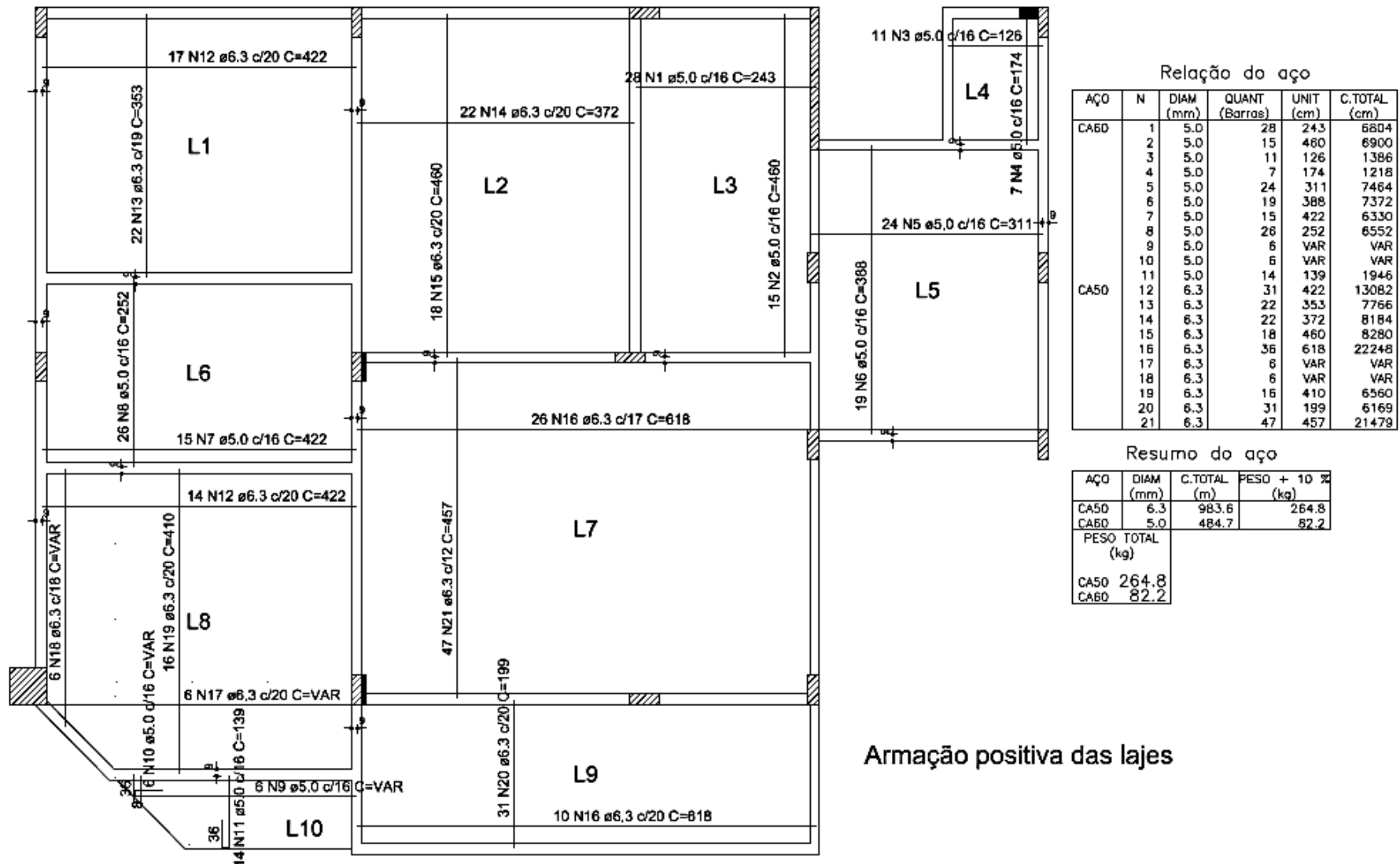


Figura 39: Detalhamento da armadura positiva das lajes com apoios indeslocáveis mais plastificação

Fonte: Eberick V8 Gold

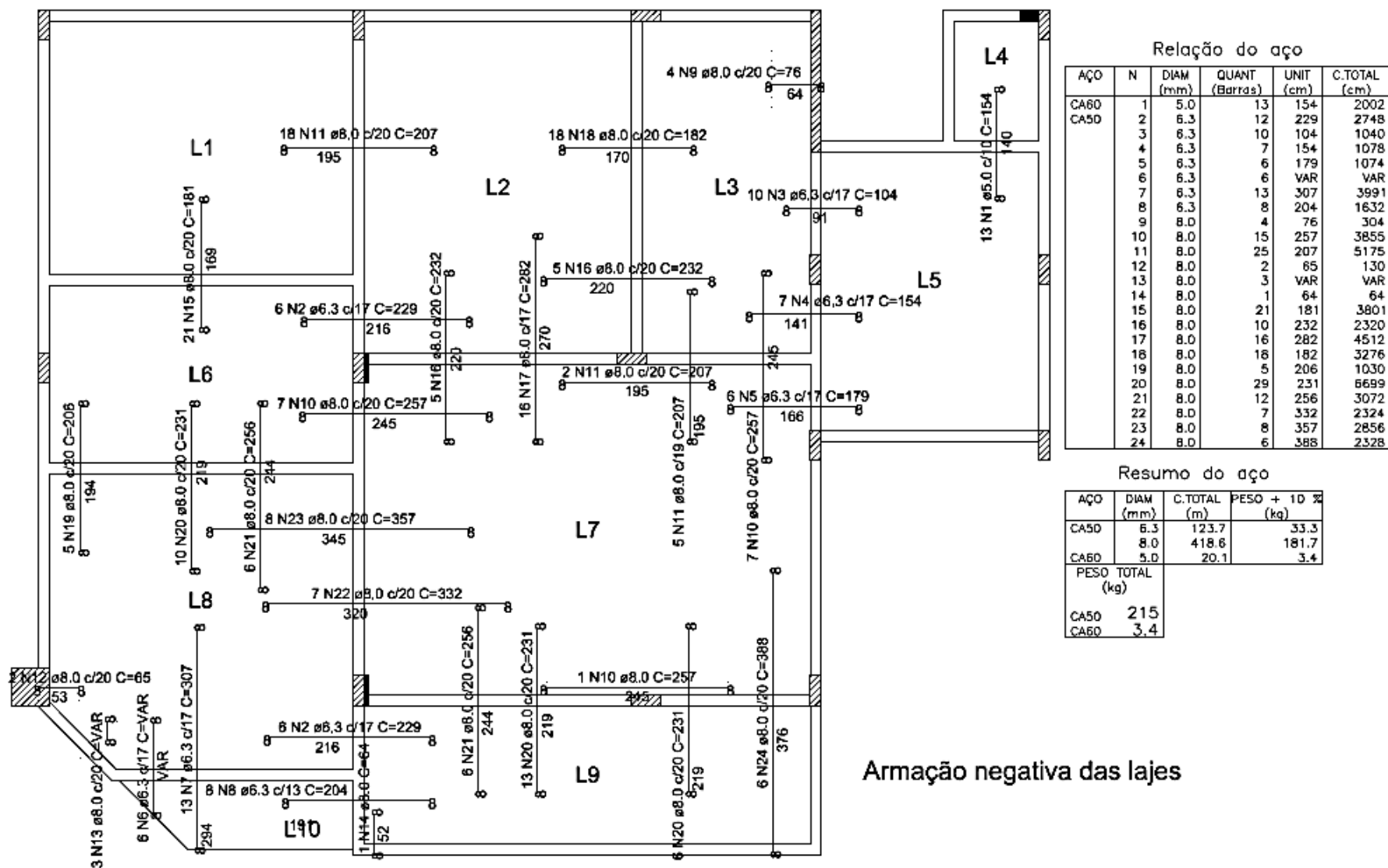


Figura 40: Detalhamento da armadura negativa das lajes com apoios indisolúveis mais plastificação

Fonte: Eberick V8 Gold

Através dos detalhamentos pode ser verificado que estes foram muito parecidos com o método manual.

Tabela 15: Comparação do aço dos modelos 1, 2 e 4

	Aço total (Kg)
Modelo 1	549,6
Modelo 2	883,2
Modelo 4	565,4

Fonte: Desenvolvido pelo autor

O mesmo ocorreu com os deslocamentos conforme mostra a tabela 16.

Tabela 16: Flechas (em cm) para as lajes com plastificação e apoios indesejáveis

Laje	Deslocamentos (Envoltória)				Erro estimado (%)
	Elásticos	Imediatos	Diferidos	Total	
L1	0.26	0.13	0.11	0.24	+0.00
L2	0.14	0.08	0.06	0.14	-0.07
L3	0.06	0.02	0.02	0.04	+0.04
L4	0.00	0.00	0.00	0.01	0.00
L5	0.15	0.06	0.05	0.12	+0.02
L6	0.09	0.04	0.04	0.07	+0.01
L7	0.57	0.26	0.22	0.48	+0.57
L8	0.19	0.12	0.10	0.22	-0.02
L9	0.06	0.04	0.04	0.07	-0.03
L10	0.23	0.04	0.04	0.08	+0.00

Fonte: Eberick V8 Gold

3.4.5 Modelo considerando o efeito da deformabilidade dos apoios – Modelo 5

Será mostrado agora o pavimento de estudo considerando a deformabilidade das vigas. Neste caso, alterou-se a altura das vigas para os valores iniciais que o tutorial do Eberick adota em seu modelo. Contudo, a plastificação foi retirada nesta primeira análise, como também o pilar P15 que voltou para sua seção original de 15x40. Na tabela 17 é apresentada a seção das vigas do pavimento em questão.

Tabela 17: Seções das vigas do modelo com apoios deformáveis

Seções das vigas conforme tutorial Eberick		
Viga	Largura (cm)	Altura (cm)
V1	15	35
V2	15	35
V3	15	35
V4	15	35
V5	15	35
V6	15	35
V7	15	35
V8	15	35
V9	15	35
V10	15	60
V11	15	35
V12	12	60
V13	15	35
V14	15	35
V15	15	60

Fonte: Desenvolvido pelo autor

Graduando Felipe Schmitt Richartz

Orientador: Dr. Daniel Domingues Loriggio

Processando o novo modelo estrutural foram obtidos os seguintes valores de momentos positivos e negativos para as lajes, tabelas 18 e 19.

Tabela 18: Momentos fletores máximos, obtidos pelo Eberick, sem plastificação e com apoios deslocáveis

Momentos fletores positivos máximos (KN.m/m) obtidos pelo Eberick com apoios:				
	Indeslocáveis		Deslocáveis	
Laje	Mdx	Mdy	Mdx	Mdy
1	6,05	4,86	7,84	10,54
2	12,72	2,41	5,91	10,8
3	12,78	3,19	5,96	7,32
4	0,54	0,78	3,03	3,14
5	4,63	2,79	6,42	3,14
6	5,5	2,26	14,76	13,31
7	8,81	6,35	10,98	5,54
8	6,35	5,5	14,74	14,95
9	6,84	4,19	2,19	4,85
10	13,79	4,76	14,46	5,12

Fonte: Desenvolvido pelo autor

Tabela 19: Momentos fletores negativos (KN.m/m) compatibilizados para apoios deslocáveis e indeslocáveis

Momentos fletores negativos, compatibilizados				
	TABELAS		EBERICK - Apoios:	
			Indeslocáveis	Deslocáveis
Continuidade				
L1 - L2	9,52	11,53	21,44	
L2 - L3	8,66	7,4	5,32	
L3 - L5	6,93	10,14	6,58	
L4 - L5	1,14	11,76	1,28	
L6 - L2	7,22	5,71	35,74	
L6 - L7	9,85	11,22	38,04	
L7 - L5	6,93	3,25	4,42	
L8 - L7	10,28	12,92	27,77	
L8 - L9	6,6	16,04	26,47	
L10 - L9	-	21,01	28,34	
L1 - L6	9,12	5,7	1,45	
L2 - L7	13,18	22,57	24,23	
L3 - L7	13,18	20,62	28,24	
L6 - L8	8,08	10,72	3,61	
L7 - L9	13,18	15,46	32,29	
L8 - L10	4,19	6,47	7,7	

Fonte: Desenvolvido pelo autor

Para as lajes estudadas verificou-se uma diferença significativa nos valores dos momentos fletores devido ao efeito da deslocabilidade dos apoios. Por exemplo, como prova desse efeito, tem-se a laje L6, que no modelo com apoios indeslocáveis possuía os valores de momento positivo $Mdx = 5,5 \text{ KN.m/m}$ e $Mdy = 2,26 \text{ KN.m/m}$ e no modelo atual possui $Mdx = 14,76 \text{ KN.m/m}$ e $Mdy = 13,31 \text{ KN.m/m}$.

Este aumento de momentos pode ser explicado pelo deslocamento das vigas V3 e V6 que suportam a laje L6. Como estas vigas de seção 15x35 são mais flexíveis, o painel de laje acaba se deformando junto às vigas, aumentando assim seus momentos fletores positivos, diminuindo os momentos negativos sobre o apoio deslocável, aumentando os momentos negativos sobre os pontos de maior rigidez e mudando o comportamento estrutural. Na figura 41 se tem a deformada da grelha das lajes do pavimento em questão.

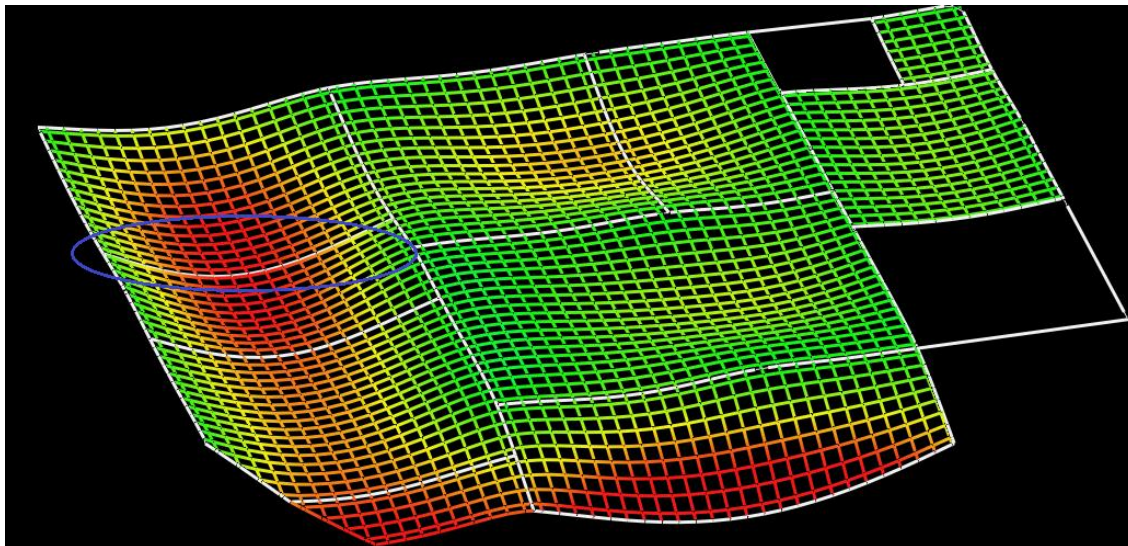


Figura 41: Deformada da grelha
Fonte: Eberick V8 Gold

Conforme visto na figura 41, as vigas V3 e V6 não são apoios 100% efetivos, pois possuem considerável deslocamento junto às lajes.

Já alguns momentos das continuidades apresentaram aumentos significativos. Tal fato também se deve pelo deslocamento das vigas, pois as vigas ao se deformarem, acabam concentrando mais tensões do que nos modelos anteriores nos pontos mais rígidos.

Por exemplo, na figura 42 tem-se a região de encontro das lajes L2, L3 e L7, mais especificamente as proximidades do pilar P11.

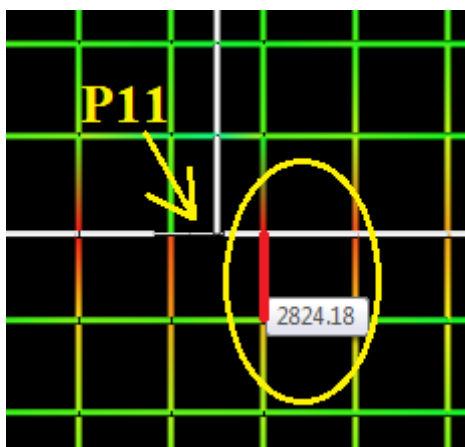


Figura 42: Pico de momento fletor (Kgf.m/m) próximo ao pilar P11 - Modelo com vigas deslocáveis
Fonte: Eberick V8 Gold

Nessa figura 42 a barra da grelha em destaque possui um momento fletor de 28,24 KN.m/m, enquanto que no modelo de apoios “ind deslocáveis” sem plastificação a mesma possuía um momento fletor de 20,62 KN.m/m. Ou seja, a concentração de tensões aumentou de maneira significativa.

Portanto, o modelo de grelha tende a representar melhor o comportamento elástico linear que o método de cálculo manual por tabelas, no caso onde o efeito da deslocabilidade dos apoios tem elevada importância na modelagem. Entretanto, cabe ao projetista responsável pelo projeto uma análise criteriosa do modelo

criado e de seus respectivos resultados, de modo que se tenha ao final um projeto econômico e que atenda as necessidades de projeto, tanto o estado limite último quanto o estado limite de serviço.

Por exemplo, um projetista inexperiente e sem conhecimentos dos comportamentos das lajes de um pavimento poderia lançar uma estrutura na qual o programa Eberick detalhe-a normalmente, entretanto com um desperdício de materiais tornando-a uma estrutura antieconômica devido a presença das concentrações de tensões.

Para o quinto modelo, abaixo nas figuras **43** e **44** respectivamente, serão apresentados os resultados dos detalhamentos.

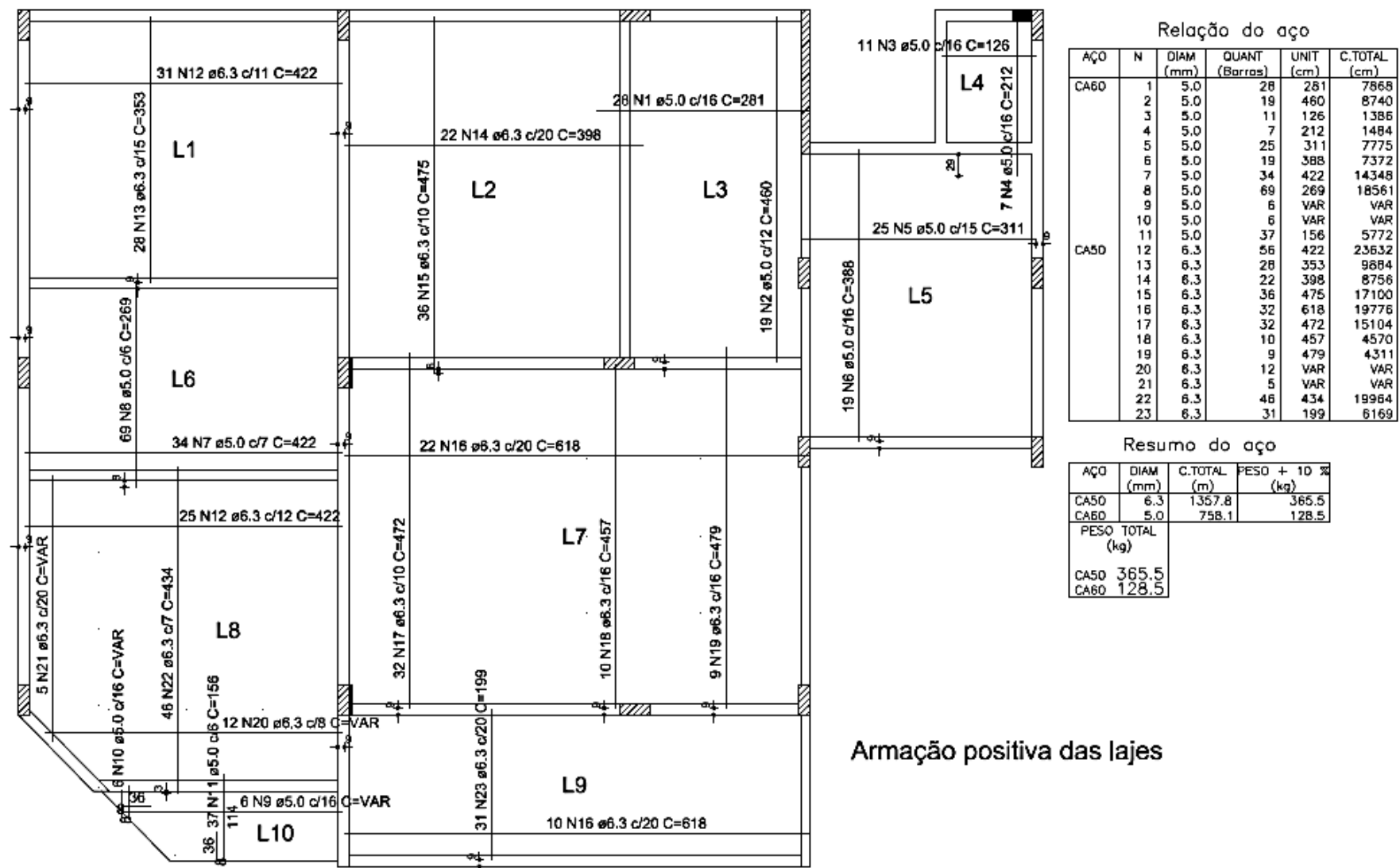


Figura 43: Detalhamento da armadura positiva das lajes com apoios deslocáveis sem plastificação

Fonte: Eberick V8 Gold

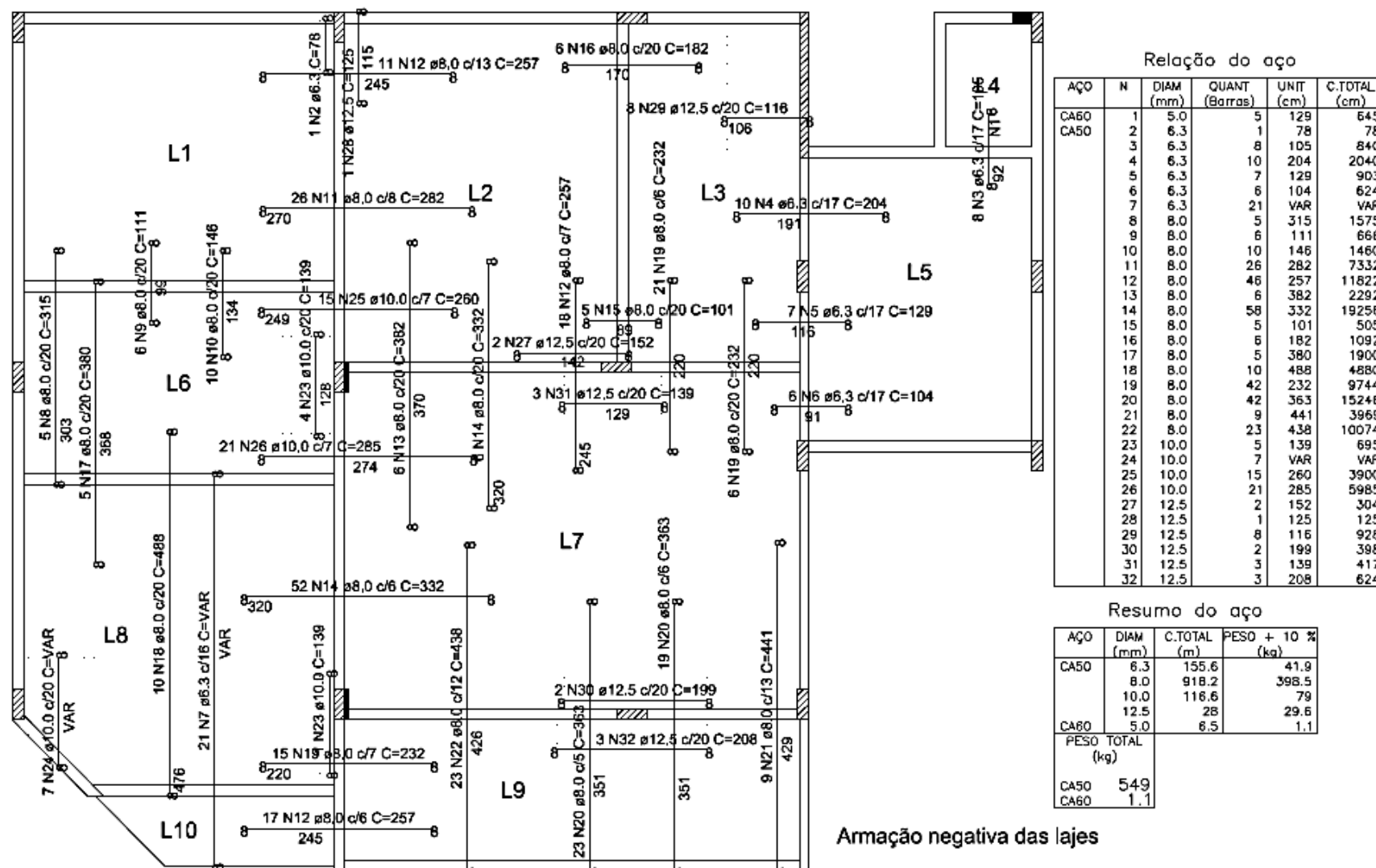


Figura 44: Detalhamento da armadura negativa das lajes com apoios deslocáveis sem plastificação

Fonte: Eberick V8 Gold

Comparando os detalhamentos até então encontrados, pode-se verificar um elevado aumento no consumo do aço devido ao efeito da deslocabilidade dos apoios, conforme a tabela 20.

Tabela 20: Comparação do aço dos modelos 1, 2, 4 e 5

	Aço total (Kg)
Modelo 1	549,6
Modelo 2	883,2
Modelo 4	565,4
Modelo 5	1044,1

Fonte: Desenvolvido pelo autor

3.4.6 Análises complementares

Para demonstrar o efeito de modificações no lançamento da estrutura e na modelagem, serão estudados outros modelos.

3.4.6.1 Modelo 6

- Para o sexto modelo foram mantidas as alturas de vigas anteriores, entretanto foram estudados os valores de plastificação para cada apoio das lajes de modo a obter-se uma redistribuição máxima de 50 % dos momentos fletores. Sendo assim, o dimensionamento e o detalhamento com plastificação geraram os resultados das tabelas 21 e 22 e das figuras 45 e 46 respectivamente.

Tabela 21: Momentos fletores positivos máximos modelos 5 e 6

Momentos fletores positivos máximos (KN.m/m)				
		Deslocáveis		Deslocáveis + Plast
Laje	Mdx	Mdy	Mdx	Mdy
1	7,84	10,54	4,26	11,44
2	5,91	10,8	3,88	6,96
3	5,96	7,32	4,05	6,43
4	3,03	3,14	3,07	3,14
5	6,42	3,14	6,58	3,15
6	14,76	13,31	7,53	14,03
7	10,98	5,54	7,81	8,08
8	14,74	14,95	9,68	15,7
9	2,19	4,85	9,58	11,94
10	14,46	5,12	9,68	5,5

Fonte: Desenvolvido pelo autor

Tabela 22: Momentos fletores negativos modelos 5 e 6

Momentos fletores negativos, compatibilizados (KN.m/m)		
	Deslocáveis	Deslocáveis + Plast
Continuidade		
L1 - L2	21,44	13,92
L2 - L3	5,32	3,33
L3 - L5	6,58	3,34
L4 - L5	1,28	1,6
L6 - L2	35,74	19,14
L6 - L7	38,04	19,02
L7 - L5	4,42	3,34
L8 - L7	27,77	13,92
L8 - L9	26,47	22,17
L10 - L9	28,34	22,17
L1 - L6	1,45	1,38
L2 - L7	24,23	16,14
L3 - L7	28,24	15,28
L6 - L8	3,61	3,4
L7 - L9	32,29	16,14
L8 - L10	7,7	4,99

Fonte: Desenvolvido pelo autor

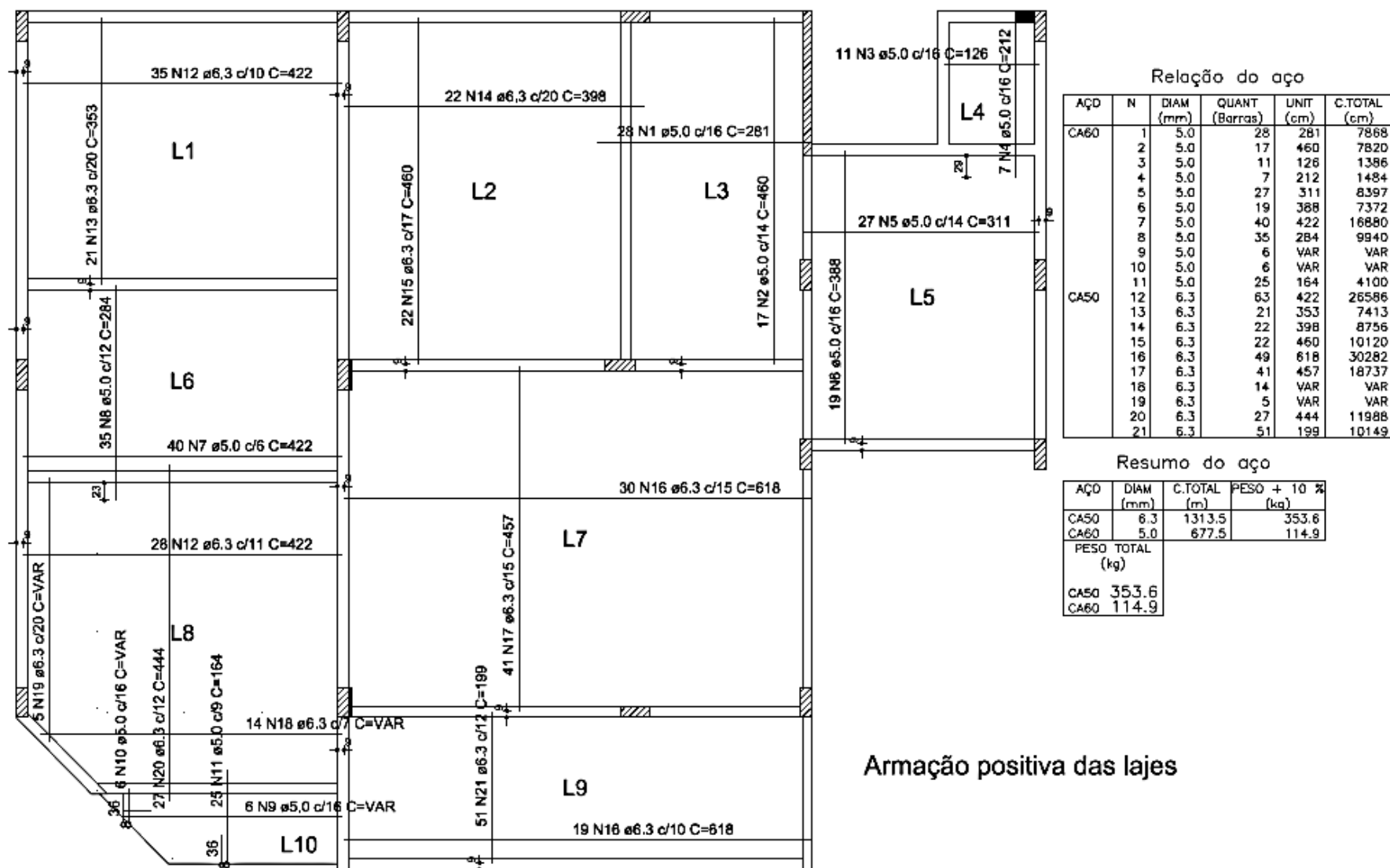


Figura 45: Detalhamento da armadura positiva das lajes com apoios deslocáveis com plastificação

Fonte: Eberick V8 Gold

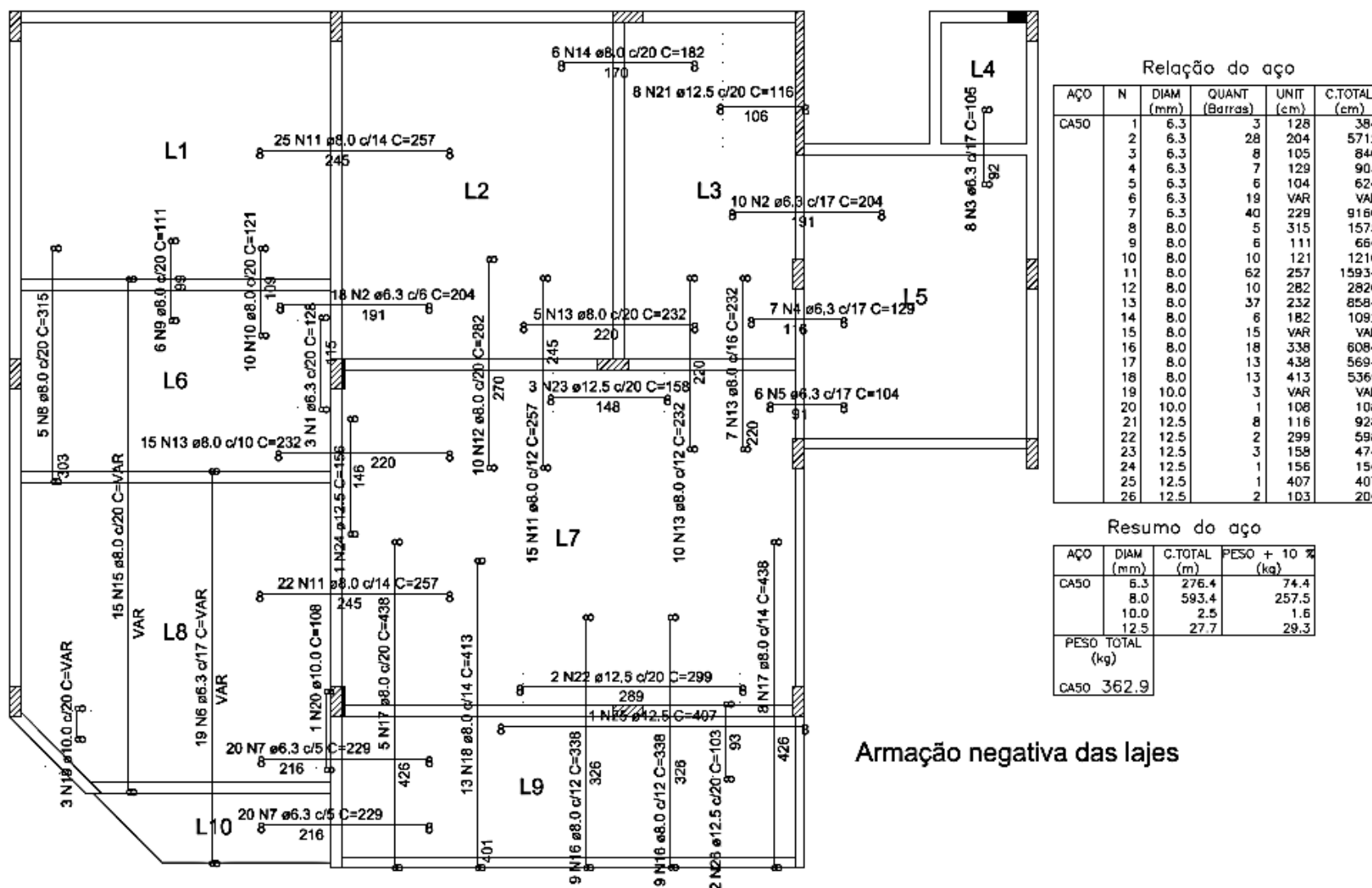


Figura 46: Detalhamento da armadura negativa das lajes com apoios deslocáveis com plastificação

Fonte: Eberick V8 Gold

Como pode ser visto, com a plastificação a quantidade de aço reduziu em torno de 20%.

Tabela 23: Comparação do aço dos modelos 1, 2, 4, 5 e 6

	Aço total (Kg)
Modelo 1	549,6
Modelo 2	883,2
Modelo 4	565,4
Modelo 5	1044,1
Modelo 6	831,4

Fonte: Desenvolvido pelo autor

3.4.6.2 Modelo 7

- Para a sétima análise será mantida a plastificação, entretanto serão aumentadas as alturas das vigas que ficam sobre alvenarias, respeitando-se as possíveis esquadrias que existirem sob as mesmas. Por exemplo, a viga V3 que possui uma seção de 15x35 está sobre uma parede e duas portas. Considerando que a altura de uma porta é de dois metros e dez centímetros e que o pé direito do pavimento é de dois metros e oitenta centímetros, pode-se utilizar uma viga com altura de 65 centímetros, ficando neste caso uma seção de 15x65 cm.

Para a viga V12 que já possuía uma altura considerável, será alterada a sua largura para 15 cm ao invés de 12 cm.

Conforme já comentado em análises anteriores, a seção do pilar P15 tem influência elevada no detalhamento das lajes L8 e L10. Neste caso, alterou-se também a seção do pilar P15 de 15x40 para 20x40 de modo a diminuir o deslocamento da viga V15.

Abaixo segue a tabela **24** com as novas dimensões das vigas, as tabelas **25** e **26** com os valores de momentos e as figuras **47** e **48** com o detalhamento do novo modelo do pavimento.

Tabela 24: Novas seções das vigas enrijecidas

Seções das vigas enrijecidas		
Viga	Largura (cm)	Altura (cm)
V1	15	60
V2	15	60
V3	15	65
V4	15	60
V5	15	50
V6	15	60
V7	15	70
V8	15	60
V9	15	50
V10	15	60
V11	15	50
V12	15	60
V13	15	40
V14	15	50
V15	15	70

Fonte: Desenvolvido pelo autor

Tabela 25: Momentos fletores positivos máximos modelos 6 e 7

Momentos fletores positivos máximos (KN.m/m)				
	Deslocáveis + Plast		Enrijecidos + Plast	
Laje	Mdx	Mdy	Mdx	Mdy
1	4,26	11,44	6,41	5,8
2	3,88	6,96	4,98	5,41
3	4,05	6,43	4,94	4,16
4	3,07	3,14	0,84	1,09
5	6,58	3,15	5,03	4,38
6	7,53	14,03	6,65	6,19
7	7,81	8,08	8,35	6,53
8	9,68	15,7	6,61	10,74
9	9,58	11,94	1,63	3,61
10	9,68	5,5	4,58	2,06

Fonte: Desenvolvido pelo autor

Tabela 26: Momentos fletores negativos modelos 6 e 7

Momentos fletores negativos, compatibilizados (KN.m/m)		
	Deslocáveis + Plast	Enrijecidos + Plast
Continuidade		
L1 - L2	13,92	9,95
L2 - L3	3,33	3,16
L3 - L5	3,34	6,17
L4 - L5	1,6	3,36
L6 - L2	19,14	13,92
L6 - L7	19,02	13,92
L7 - L5	3,34	10,45
L8 - L7	13,92	11,55
L8 - L9	22,17	11,09
L10 - L9	22,17	11,09
L1 - L6	1,38	4,55
L2 - L7	16,14	13,92
L3 - L7	15,28	12,65
L6 - L8	3,4	5,43
L7 - L9	16,14	13,92
L8 - L10	4,99	6,94

Fonte: Desenvolvido pelo autor

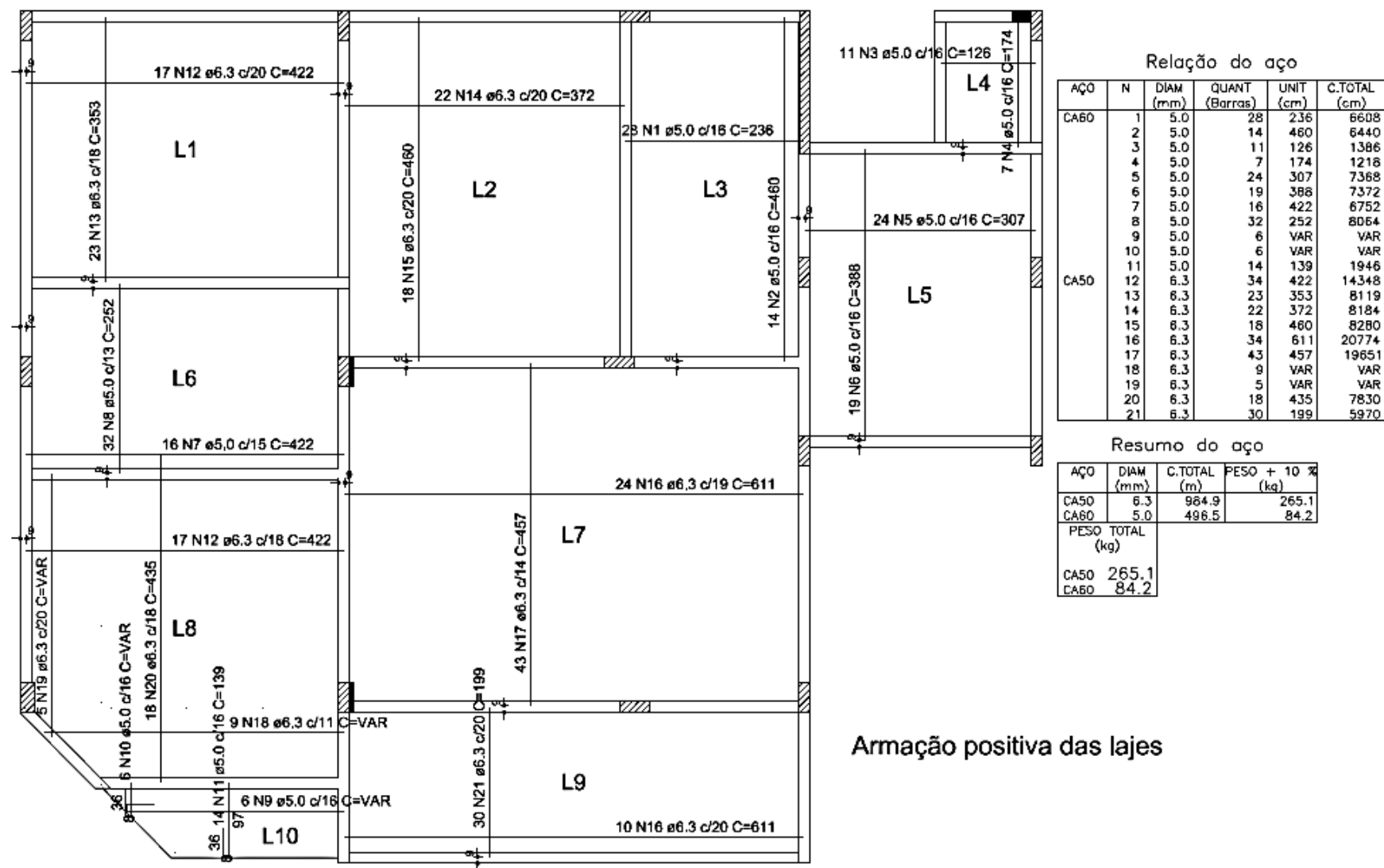


Figura 47: Detalhamento da armadura positiva das lajes com apoios deslocáveis enrijecidos e com plastificação

Fonte: Eberick V8 Gold

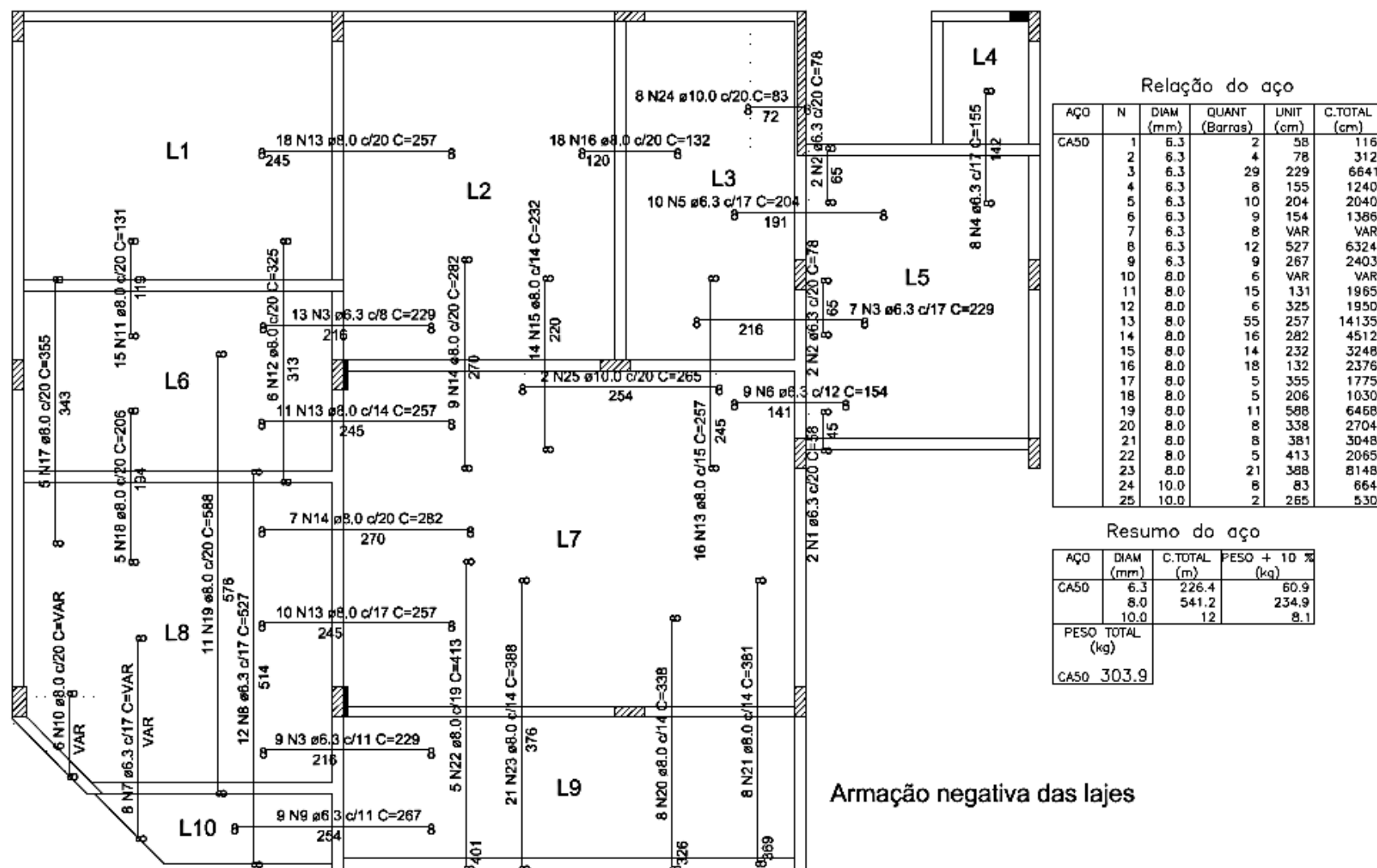


Figura 48: Detalhamento da armadura negativa das lajes com apoios deslocáveis enrijecidos e com plastificação

Fonte: Eberick V8 Gold

Como pode ser visto, a diminuição dos deslocamentos verticais dos apoios das lajes junto com a plastificação apresentam valores satisfatórios na economia do aço, pois houve uma redução de aproximadamente 37 % e 21 % em comparação ao quinto e o sexto modelos respectivamente.

Tabela 27: Comparação do aço dos modelos 1, 2, 4, 5, 6 e 7

	Aço total (Kg)
Modelo 1	549,6
Modelo 2	883,2
Modelo 4	565,4
Modelo 5	1044,1
Modelo 6	831,4
Modelo 7	653,2

Fonte: Desenvolvido pelo autor

Vale lembrar que o aumento das rigidezes das vigas além de melhorar o comportamento das lajes, ajuda também no travamento da estrutura, ou melhor, tende a ajudar na diminuição dos deslocamentos horizontais diminuindo-se assim o valor dos efeitos de segunda ordem. Além disso, o enrijecimento do pavimento alterando-se a seção das vigas tende a gerar flechas menores tanto das vigas quanto das lajes.

Para demonstrar a diminuição das flechas, serão apresentadas a seguir as flechas para os três modelos antes mostrados.

3.4.6.3 Flechas dos modelos 5, 6 e 7

- Quinto modelo:

Tabela 28: Flechas das lajes com apoios deslocáveis e sem plastificação

Laje	Deslocamentos (Envoltória)				Erro estimado (%)
	Elásticos	Imediatos	Diferidos	Total	
L1	0.73	0.53	0.50	1.03	-2.70
L2	0.44	0.28	0.25	0.53	+0.10
L3	0.41	0.25	0.23	0.49	-0.13
L4	0.14	0.08	0.08	0.16	-0.45
L5	0.19	0.08	0.08	0.16	-0.36
L6	0.73	0.52	0.50	1.02	-3.47
L7	0.27	0.14	0.11	0.25	-0.41
L8	0.60	0.42	0.40	0.82	-3.43
L9	1.18	0.83	0.83	1.66	-0.07
L10	0.82	0.55	0.53	1.08	+0.02

Fonte: Eberick V8 Gold

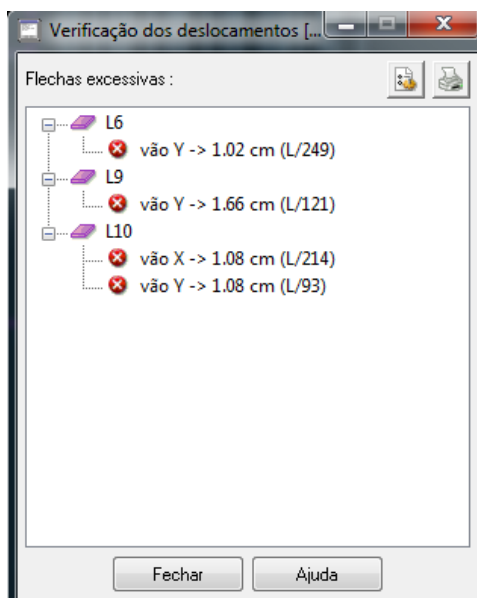


Figura 49: Janela de avisos de deslocamento excessivo do modelo 5
Fonte: Eberick V8 Gold

Através dos resultados das flechas, pode-se verificar que as lajes L6, L9 e L10 possuem um deslocamento vertical maior que $L/250$, conforme indica a figura 49. Entretanto, nessa etapa da análise é importante informar que o valor das flechas das lajes, obtidas pelo Eberick, incluem a deslocabilidade das vigas, ou seja, uma laje pode possuir um deslocamento pequeno em relação à viga, mas caso a viga tenha um deslocamento considerável em relação ao nível do pavimento, a laje possuirá um deslocamento total maior podendo em alguns casos exceder o limite de $L/250$.

Portanto, para o pavimento em estudo, como solução para diminuir as flechas das lajes L6, L9 e L10 pode-se aumentar a rigidez de seus apoios, já que a laje L6 possui como apoio as vigas V3 e V6 de baixas rigidezes e as lajes L9 e L10 que além da baixa rigidez de seus apoios, estes se encontram em balanço.

- Sexto Modelo, análise anterior mais plastificação:

Tabela 29: Flechas das lajes com apoios deslocáveis e com plastificação

Laje	Deslocamentos (Envoltória)				Erro estimado (%)
	Elásticos	Imediatos	Diferidos	Total	
L1	0.80	0.60	0.67	1.27	+3.74
L2	0.47	0.30	0.30	0.60	+0.58
L3	0.44	0.28	0.28	0.56	+0.33
L4	0.15	0.08	0.09	0.17	-0.16
L5	0.20	0.08	0.09	0.17	-0.11
L6	0.83	0.60	0.67	1.27	+4.49
L7	0.39	0.14	0.12	0.26	+7.86
L8	0.69	0.50	0.66	1.16	+4.25
L9	1.41	0.94	1.02	1.96	+2.76
L10	0.89	0.55	0.57	1.12	-0.06

Fonte: Eberick V8 Gold

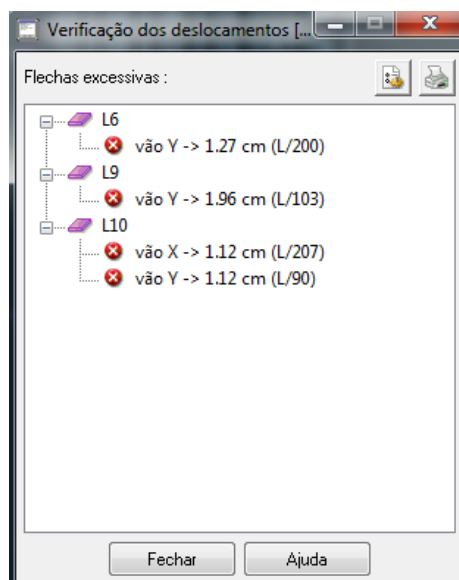


Figura 50: Janela de avisos de deslocamento excessivo do modelo 6
Fonte: Eberick V8 Gold

Para este novo modelo, pode-se verificar um aumento em todas as flechas totais. O motivo de tal aumento é a presença da plastificação nos apoios das lajes, pois ao adotar rótulas plásticas nas barras das grelhas, os momentos negativos tendem a diminuir e conseqüentemente reduz-se a taxa de armadura. Diante da diminuição da área de aço a inércia equivalente da seção diminui e por fim a flecha total aumenta.

As mesmas considerações para as lajes L6, L9 e L10 feitas anteriormente continuam valendo para esse modelo, que apesar de ter suas flechas aumentadas, estas podem ser diminuídas aumentando-se a rigidez dos apoios.

- Sétimo Modelo.

Neste último modelo serão verificadas as flechas para as lajes com os apoios enrijecidos, ou seja, o modelo seis com enrijecimento das vigas e do pilar P15.

Tabela 30: Flechas das lajes com apoios deslocáveis enrijecidos e com plastificação

Laje	Deslocamentos (Envoltória)				Erro estimado (%)
	Elásticos	Imediatos	Diferidos	Total	
L1	0.46	0.30	0.31	0.61	-0.04
L2	0.36	0.23	0.23	0.46	-0.02
L3	0.30	0.19	0.19	0.38	+0.02
L4	0.05	0.03	0.04	0.07	-0.01
L5	0.16	0.07	0.06	0.13	-0.06
L6	0.34	0.24	0.25	0.50	-0.23
L7	0.43	0.17	0.15	0.32	-1.85
L8	0.38	0.28	0.29	0.57	-0.43
L9	1.07	0.70	0.77	1.47	-0.80
L10	0.64	0.52	0.57	1.09	-0.35

Fonte: Eberick V8 Gold

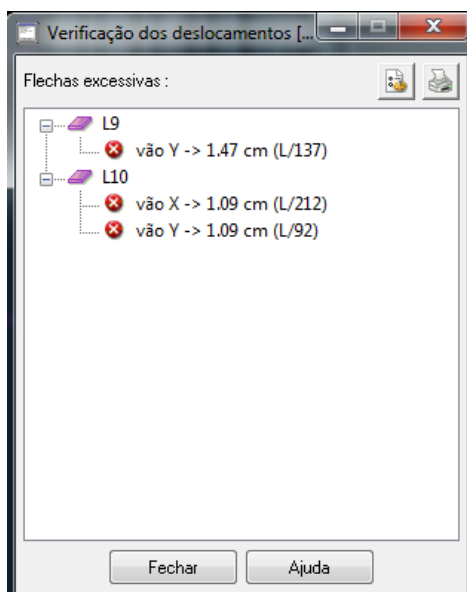


Figura 51: Janela de avisos de deslocamento excessivo do modelo 7

Fonte: Eberick V8 Gold

Para este ultimo modelo foi visto que os valores das flechas diminuiram comparados com o primeiro e segundo modelos devido a uma maior rigidez dos apoios.

De modo que se tenha um pavimento dentro dos limites de deslocamentos excessivos podem-se adotar as seguintes possíveis soluções:

- Aumentar a rigidez dos apoios, como feito no modelo 7;
- Aumentar o tempo de escoramento dos apoios;
- Realizar uma contra flecha durante a execução do pavimento.

Conclui-se até então que a presença de plastificação e o enrijecimento da estrutura tendem a aumentar e diminuir os deslocamentos verticais dos elementos respectivamente. Ou seja, cabe ao projetista responsável pelo projeto adotar o melhor modelo estrutural que atendam as necessidades de projeto. Diante disto, será aproveitado para realizar um lançamento final com as seguintes características descritas abaixo.

3.4.6.4 Lançamento final – Modelo 8

- ✓ Vigas com seções enrijecidas iguais ao sétimo modelo;
- ✓ Pilar P15 com seção 20x40 igual ao sétimo modelo;
- ✓ Plastificação dos apoios das lajes;
- ✓ Seções menores para as lajes, pois 12 cm podem estar sendo uma seção antieconômica para alguns panos de lajes. Sendo assim, adotou-se a altura de 8 cm para todas as lajes exceto a laje L7 que ficou com 10 cm.

Sendo abaixo o resultado do dimensionamento e do detalhamento através das tabelas **31** e **32** e das figuras **52** e **53** respectivamente.

Tabela 31: Momentos fletores positivos máximos modelos 7 e 8

Momentos fletores positivos máximos (KN.m/m)				
	Enrijecidos + Plast		Lajes menores + Plast	
Laje	Mdx	Mdy	Mdx	Mdy
1	6,41	5,8	5,82	5,13
2	4,98	5,41	3,65	3,07
3	4,94	4,16	3,64	2,52
4	0,84	1,09	0,61	0,65
5	5,03	4,38	3,83	1,83
6	6,65	6,19	4,93	3,21
7	8,35	6,53	9,21	16,46
8	6,61	10,74	3,27	6
9	1,63	3,61	2,04	4,05
10	4,58	2,06	1,9	1,26

Fonte: Desenvolvido pelo autor

Tabela 32: Momentos fletores negativos modelos 7 e 8

Momentos fletores negativos, compatibilizados (KN.m/m)		
	Enrijecidos + Plast	Lajes menores + Plast
Continuidade		
L1 - L2	9,95	6,06
L2 - L3	3,16	4,82
L3 - L5	6,17	5,77
L4 - L5	3,36	3,42
L6 - L2	13,92	4,68
L6 - L7	13,92	8,3
L7 - L5	10,45	9,15
L8 - L7	11,55	8,3
L8 - L9	11,09	4,68
L10 - L9	11,09	5,08
L1 - L6	4,55	5,07
L2 - L7	13,92	13,33
L3 - L7	12,65	10,89
L6 - L8	5,43	7,01
L7 - L9	13,92	8,67
L8 - L10	6,94	5,08

Fonte: Desenvolvido pelo autor

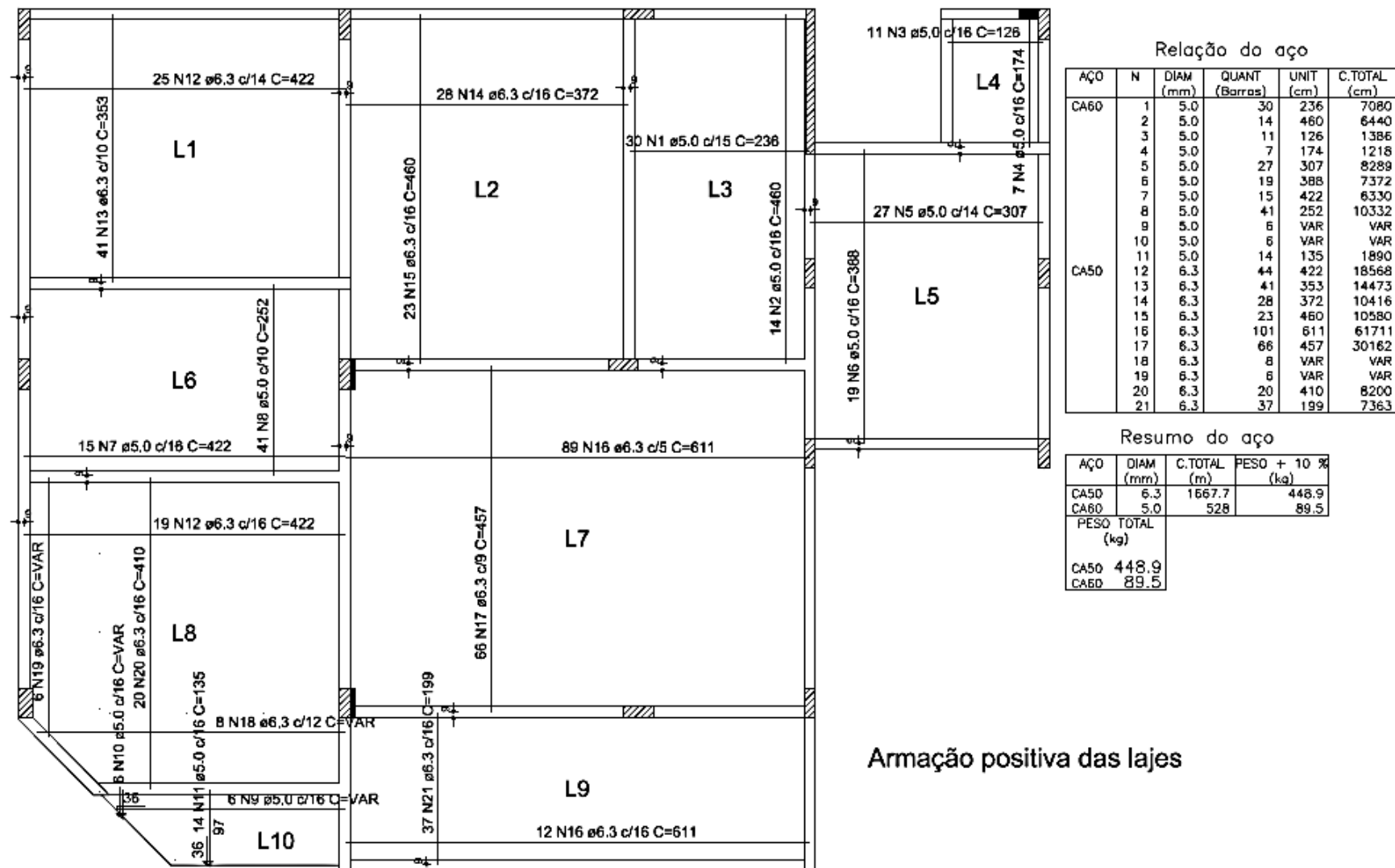


Figura 52: Detalhamento da armadura positiva das lajes modelo 8

Fonte: Eberick V8 Gold

Através das figuras 52 e 53 se pode verificar que o consumo do aço aumentou entorno de 38 % em relação ao modelo 7. Entretanto, o consumo do concreto diminuiu quase 30 %, pois nos modelos anteriores o consumo era de 14,35 m³ e agora passou para 10,08 m³. Ou seja, o fato de diminuirmos a espessura das lajes acabou diminuindo o peso próprio da estrutura, mas a altura útil utilizada no detalhamento da armadura também diminuiu aumentando assim o consumo de aço.

Tabela 33: Comparação do aço dos modelos 1, 2, 4, 5, 6, 7 e 8

	Aço total (Kg)
Modelo 1	549,6
Modelo 2	883,2
Modelo 4	565,4
Modelo 5	1044,1
Modelo 6	831,4
Modelo 7	653,2
Modelo 8	903,7

Fonte: Desenvolvido pelo autor

Baseado nos valores de mercado onde o preço do m³ do concreto fck 25 MPa beira em torno de 300,00 reais e o quilo do aço 3,50 reais, conclui-se que há economia. Porém, além da verificação ao estado limite último, as lajes precisam estar de acordo com o ELS como pode ser visto adiante.

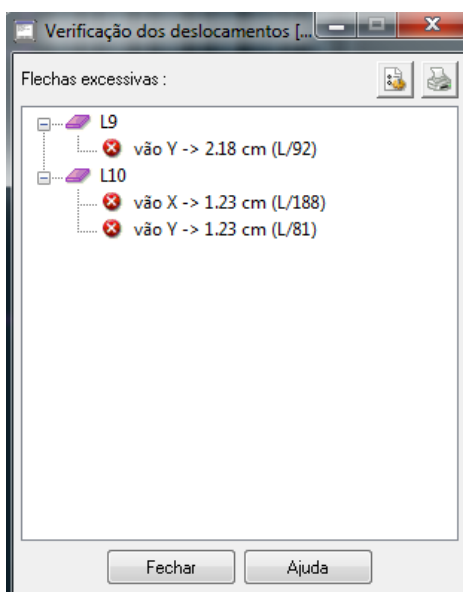


Figura 54: Janela de avisos de deslocamento excessivo do modelo 8

Fonte: Eberick V8 Gold

Laje	Deslocamentos (Envoltória)				Erro estimado (%)
	Elásticos	Imediatos	Diferidos	Total	
L1	0.97	0.55	0.54	1.09	-1.22
L2	0.65	0.39	0.36	0.75	-1.00
L3	0.37	0.27	0.27	0.54	-0.48
L4	0.05	0.03	0.04	0.07	-0.19
L5	0.35	0.18	0.16	0.34	-0.67
L6	0.53	0.37	0.39	0.76	-0.61
L7	1.04	0.42	0.38	0.80	-1.62
L8	0.67	0.42	0.37	0.80	-0.54
L9	1.28	1.05	1.13	2.18	-1.06
L10	0.87	0.59	0.64	1.23	-0.12

Figura 55: Flechas das lajes modelo 8

Fonte: Eberick V8 Gold

Os valores acima mostram que as flechas aumentaram devido à diminuição da rigidez das lajes. Porém, apenas as lajes L9 e L10 continuaram acima do limite estabelecido pela norma NBR 6118:2014 para deslocamentos verticais excessivos. Neste caso pode-se adotar uma das soluções já citadas na análise das flechas do modelo 7.

Ao fim dessa análise conclui-se que o modelo 8 se demonstrou o melhor dentre os estudados, principalmente economicamente.

4. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Durante a graduação de engenharia civil aprende-se o cálculo dos elementos estruturais de forma isolada, inclusive o cálculo das lajes. Para o cálculo dessas, utilizam-se tabelas baseadas na teoria das placas em regime elástico, pois o cálculo manual dificulta a utilização de outros métodos mais complexos. Entretanto com o avanço recente das ferramentas computacionais, tornou-se viável a programação de métodos numéricos como, por exemplo, o método de Analogia de Grelha.

O estudo do pavimento do presente trabalho foi realizado através de dois procedimentos, o primeiro simplificado através do uso de tabelas e o segundo computacionalmente com o uso da Analogia de Grelha. Para ambos os procedimentos os resultados se mostraram satisfatórios e foi possível validar o modelo realizado por Analogia de Grelha e até mesmo analisar possíveis resultados de outras modelagens.

No estudo feito manualmente verificou-se que a consideração teórica das vinculações adotadas para este método apresenta resultados não tão coerentes com a realidade. Foi visto que deve-se considerar a continuidade entre lajes independente de vãos ou geometrias, já que por se tratar de um elemento monolítico, o painel de laje tende a apresentar momentos fletores em todas as continuidades existentes.

Já no estudo realizado por Analogia de Grelha foi verificado que este procedimento apresenta peculiaridades em seu modelo, por exemplo, a presença de picos de concentração de esforços. Em uma análise elástica linear estes picos estão condizentes com a modelagem, entretanto, sabe-se que as lajes possuem uma grande capacidade de redistribuição de esforços e que a presença de pequenas fissuras e da plastificação podem forçar tal redistribuição. Diante disso foi apresentada uma análise não linear, onde se admite a presença de rótulas plásticas nos apoios das lajes que fazem com que os momentos fletores se redistribuam sobre os apoios diminuindo assim os picos de concentração de esforços. A aplicação de plastificação apresentou resultados satisfatórios na diminuição dos momentos fletores negativos sobre os apoios, apesar de aumentar o deslocamento vertical das lajes.

Além dos picos de concentração de esforços, outra e não menos importante característica existente no método de Analogia de Grelha, a consideração do efeito da deslocabilidade dos apoios mostrou-se um tanto quanto importante sobre os efeitos de análise de um pavimento de laje. A deformabilidade dos apoios tende a aumentar o momento positivo dos vãos das lajes, a diminuir o momento negativo sobre os apoios deslocáveis das lajes e a aumentar o momento fletor negativo nos pontos rígidos quanto mais deslocáveis os apoios forem. Outra consequência do aumento do deslocamento vertical dos apoios é o aumento do deslocamento vertical das lajes.

Diante dessas características conclui-se que o projetista deve ter uma análise criteriosa do modelo adotado para sua estrutura, desde o lançamento do pórtico estrutural até a modelagem da grelha dos pavimentos. De modo a mostrar que dependendo da modelagem criada os resultados podem mudar, verificou-se que o enrijecimento dos apoios das lajes e até mesmo a alteração da seção das lajes influenciam muito no comportamento da estrutura, tanto no ELU quanto no ELS, sendo que no primeiro houve uma economia de aço e no segundo de concreto.

Como sugestão para futuros trabalhos recomenda-se uma análise de plastificação para outros tipos de lajes, como por exemplo, as lajes nervuradas.

5. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ALTOQI INFORMÁTICA. AltoQi Eberick V8 Gold – Documentação técnica. Florianópolis, 2014.
- ALTOQI Tecnologia aplicada à engenharia 2014. Apresenta respostas as perguntas frequentes dos usuários – FAQ. Artigos Técnicos. Disponível em <www.faq.com.br/altoqi>. Acesso em 2014.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (ABNT). NBR 6118:2014 – Projeto de estruturas de concreto – Procedimento. Rio de Janeiro 2007.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (ABNT). NBR 6120:1980 – Cargas para o cálculo de estruturas de edificações. Rio de Janeiro 1980.
- COELHO, J.A. Modelagem de lajes em concreto armado por analogia de grelha. 2000. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis.
- CARVALHO, Roberto Chust; FIGUEIREDO FILHO, Jason Rodrigues de. Cálculo e Detalhamento de estruturas usuais de concreto armado segundo a NBR 6118:2003. 3. Ed. São Carlos: UFSCar, 2010.
- KOCH, D.K. Análise de lajes e estudo comparativo de soluções estruturais em concreto armado. Trabalho de conclusão de curso – Engenharia Civil – Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis – 2010.
- LORIGGIO, D.D. Apostila da disciplina – ECV 5225 – “Análise Computacional de estruturas” – UFSC, Florianópolis 2014.
- PINTO, R. C. Apostila da disciplina – ECV 5262 – Estruturas de Concreto II – UFSC; 2003.
- SILVA, F. M. Estudo comparativo de painel de lajes em concreto armado. Trabalho de conclusão de curso – Engenharia Civil – Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis – 2005
- SARDÁ, A. Estudo de modelos e critérios de projeto de painel de lajes de edifícios em concreto armado. Trabalho de conclusão de curso – Engenharia Civil – Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis – 2014.
- TIMOSHENKO, S. e WOINOSKY – KRIEGER, S. – “Theory of Plates and Shells”, McGraw-Hill International Book Co, Singapore, 1970.